THEORIE DE LA RELATIVITE RESTREINTE : NOTION DE TEMPS PROPRE, DE TEMPS IMPROPRE ET DE SIMULTANEITE

1. Introduction

Dans la compréhension de la relativité restreinte (RR par la suite), beaucoup de difficultés proviennent d'une mauvaise maîtrise de ses concepts de base qui sont ceux de :

- synchronisation des horloges
- temps propre
- temps impropre[1]
- simultanéité

En physique, pour définir précisément une grandeur, il est indispensable de définir clairement la manière dont on peut la mesurer. Parmi ces exigences pour déterminer ces grandeurs il est nécessaire, par exemple, de bien comprendre la méthode de synchronisation des horloges entre les référentiels d'étude.

Avant d'aborder ces points fondamentaux, rappelons les deux[2] postulats de base de la RR énoncés par A.Einstein en 1905 dans son célèbre article *« Sur l'électrodynamique des corps en mouvement »* paru dans les « Annalen der Physik » de Berlin :

- **(P_1)** : Les lois de la physique ont la même forme dans tous les référentiels inertiels (principe de relativité de Galilée étendu à toute la physique donc au delà des lois de la mécanique).
- **(P_2)** : La vitesse de propagation de la lumière dans le vide est la même dans tout référentiel inertiel. Elle est donc indépendante du mouvement de la source.

Prises séparément, ces deux hypothèses fondamentales du travail d'Einstein ne semblent pas révolutionnaires. La première est une généralisation du principe de relativité galiléenne. La seconde, si elle est étonnante, constituait une assertion correspondant à un fait d'expériences[3] connu depuis longtemps. Mais entre les deux se tenait, avant Einstein, la règle galiléenne de composition des vitesses - selon laquelle les vitesses s'ajoutent géométriquement - qui rendait incompatibles les deux principes einsteiniens. Une reconstruction des lois de transformation des coordonnées permettant de passer d'un référentiel **(R)** à un autre **(R')**, en mouvement par rapport au premier, devenait donc

[1] Le programme 2012 de TS introduit pour ce concept le terme de « temps mesuré » que rien ne justifie, le temps propre pouvant être lui aussi mesuré.

[2] « En vérité, le premier postulat suffit […] car le principe d'invariance renvoie immédiatement à l'existence d'une structure de groupe, et la contrainte puissante qu'exprime une telle structure permet d'aboutir. […] Il suffit en effet d'exiger que le groupe d'invariance spatio-temporelle soit compatible avec l'isotropie de l'espace et avec l'existence de relations causales pour qu'émerge le groupe de Lorentz. Il est caractérisé par une constante structurelle c, qui se trouve jouer le rôle de vitesse limite. » Jean-Marc Lévy-Leblond « De la relativité à la chronogéométrie » ou « Pour en finir avec le "second postulat" et autres fossiles » - colloque de Cargèse « Le temps » / 2001

[3] Par exemple, en 1805 puis en 1810, François Arago réalise plusieurs séries d'expériences pour vérifier comment varie la vitesse de la lumière selon l'étoile étudiée. A l'aide de mesures de la déviation de la lumière par un prisme il essaie de détecter une variation éventuelle de cette dernière lorsque la Terre se rapproche ou s'éloigne de l'étoile. Aucune déviation n'est constatée. Un travail sur ce sujet avec des élèves de TS est présenté sur le lien suivant : http://missiontice.ac-besancon.fr/sciences_physiques/ressources/document.php?id=1114

indispensable. Pour y parvenir A. Einstein va redéfinir avec précision des notions dont le contenu sémantique paraissait auparavant tellement évident que personne ne s'y était vraiment intéressé jusque là.

2. Synchronisation des horloges

Pour définir sans ambiguïté la simultanéité de deux événements qui ne se produisent pas au même endroit il est nécessaire au préalable de pouvoir synchroniser deux horloges au repos dans un même référentiel **(R)** et placées en des lieux différents. Il faut alors être capable de :

- vérifier l'identité de leur fonctionnement
- définir une même origine des temps

Pour le premier point on peut procéder de la façon suivante : l'observateur M_1 accompagnant l'horloge H_1 émet à l'instant t_1, lu sur H_1, un signal qui est reçu à l'instant t_2 sur H_2, voisine de l'observateur M_2. A l'instant $(t_1 + T)$, M_1 refait la même manipulation. Ce signal doit alors être reçu par M_2 à l'instant $(t_2 + T)$ de H_2.

Pour la seconde exigence, l'observateur M_1 envoie un signal à l'instant t_1 en direction de M_2. Ce dernier le reçoit à l'instant t_2 et le renvoie alors vers M_1 qui le réceptionne à l'instant $t_1 + T$. On vérifiera que les deux horloges ont la même origine des temps si $t_2 = t_1 + T/2$.

On dispose, à partir de là, du même temps sur tous les nœuds du réseau[4] d'horloges du référentiel **(R)**.

3. Temps propre et temps impropre

Voilà un florilège de phrases prises dans différents ouvrages de physique en rapport avec le nouveau programme 2012 de Terminale S qui pose de graves problèmes :

- *Le mouvement provoque un ralentissement du temps.*
- *Une horloge en mouvement fonctionne plus lentement qu'une horloge stationnaire*
- *Après un voyage d'un an à une vitesse proche de celle de la lumière, les passagers d'un vaisseau spatial n'auraient vieilli que d'un an, alors que des personnes restées sur Terre seraient plus âgées de 20 ans*.
- *C'est seulement quand un système est en mouvement rectiligne uniforme que son horloge ralentit.*

Au delà des formulations plus ou moins claires, le reproche le plus fondamental qu'on puisse faire à ces affirmations est qu'elles suggèrent que la dilatation du temps possède un caractère absolu et accréditent l'idée, totalement contraire à la relativité, que le « mouvement » - sans précision particulière à propos du référentiel concerné - ralentit l'écoulement du temps et que « plus on va vite moins on vieillit ».

[4] En RR on image que, dans un référentiel, il existe une ensemble infini d'horloges au repos synchronisées régulièrement réparties en chaque nœud d'un réseau régulier appelé « cristal d'horloges ». Le pas de réseau est arbitraire et aussi petit que l'on veut.

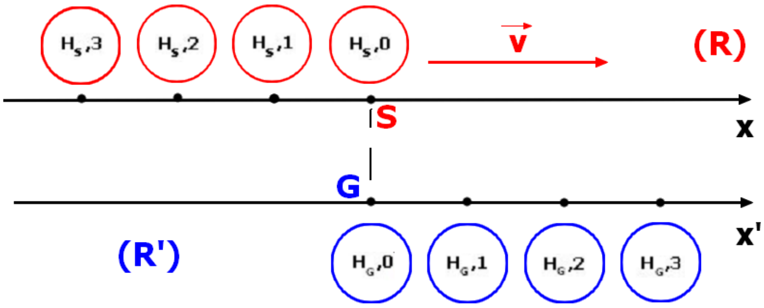
Ce qui est important, c'est d'éviter de donner des propriétés propres au « mouvement en soi ». Cette dernière notion n'a pas plus de sens que de déclarer « je suis au Nord » : de la même façon qu'on est (presque) toujours au Nord de quelque chose, on est toujours en mouvement **par rapport** à autre chose. En permettant de caractériser « absolument » le mouvement, une telle approche est contraire au principe de relativité[5].

Pour voir plus clair dans ces différentes notions nous allons considérons des observateurs en mouvement relatif, chacun étant attaché à un référentiel comportant autant d'horloges que nécessaire et qui y sont au repos.

Soit **(R)** le référentiel d'un observateur **S** et **(R')** celui d'un autre observateur noté par la suite **G.** On pourra dire : « *Pour **S**, le temps de **G** semble retarder et, pour **G**, celui de **S** semble retarder* ». Il ne faut pas attribuer ces retards au temps que met le signal pour se propager de **S** à **G** ou de **G** à **S**. En considérant que les horloges de **(R)** et de **(R')** ont été synchronisées antérieurement (par exemple t = t' = 0 pour une origine arbitraire quelconque), la phrase entre guillemets signifie, en la développant : « *Dans le référentiel **(R)** l'observateur **S** passant **AU VOISINAGE IMMÉDIAT** de **G** lit sur l'horloge de **G** une heure en retard par rapport à celle qui est donnée par l'horloge au repos à côté de lui* ». Il n'y a donc ***AUCUN*** temps de propagation pris en compte. Ce dernier n'intervient jamais en RR.

On peut dire également qu'une horloge de **(R)** parait retarder quand ses lectures sont comparées avec celles des horloges de **(R')** avec lesquelles elle vient successivement coïncider. La phrase reste vraie en échangeant **(R)** et **(R')**. Il faut donc repenser la dilatation du temps en RR comme un élément appartenant à une **théorie de la mesure**. Les transformations de Lorentz sont donc l'expression d'une **relation** entre deux dispositifs en mouvement relatif. **S** et **G** étant en mouvement relatif, leurs horloges respectives (le « cristal » d'horloges au repos dans chacun des référentiels) ne peuvent pas rester synchronisées, même si elles l'ont été précédemment au cours d'une opération de synchronisation (par exemple mise à zéro des horloges placées à l'origine de chacun des référentiels lors de leur superposition).

Regardons en détail comme les choses se passent entre les horloges de **(R)**, notées $H_{S,i}$ (i € {0,1,2,...}) et celles de **(R')**, notées $H_{G,i}$. On considérera ici, pour simplifier la question sans la modifier, que **(R)** et **(R)** sont galiléens.



[5] Ce point – et d'autres en rapport avec le sujet étudié ici - est particulièrement bien traité dans le livre de Jean-Marie Vigoureux – « L'Univers en perspective » chez Ellipse.

Pour bien détailler comment se passe la comparaison des horloges, imaginons qu'elles soient disposées régulièrement dans chacun de ces 2 référentiels. Précisons la signification que l'on donne à l'expression « régulièrement ».

Dans **(R'**), on place les horloges $H_{G,i}$, préalablement synchronisées, de telle manière que **S**, pendant son déplacement, passera devant chacune d'elles à chaque seconde du temps de **(R')**. La première horloge est nommée $H_{G,0}$ et les suivantes dans l'ordre dans lequel **S** va les rencontrer, c'est à dire $H_{G,1}$, $H_{G,2}$, etc.[6]

Dans **(R)**, on placera les horloges $H_{S,i}$, également synchronisées de telle manière qu'à chaque unité choisie de temps – par exemple la seconde - de **(R)**, une de ces horloges $H_{S,i}$ passera devant **G**. La première horloge est nommée $H_{S,0}$ et les suivantes dans l'ordre dans lequel elles vont passer à la hauteur de **G**, c'est à dire $H_{S,1}$, $H_{S,2}$, etc.[7]

Avec ces choix, à chaque seconde s'écoulant dans **(R')**, **G** verra passer devant lui une horloge $H_{S,i}$ donnant une certaine heure. De même, à chaque seconde s'écoulant dans **(R)**, **S** notera l'heure donnée par l'horloge $H_{G,i}$ passant devant lui. Ajoutons que les horloges $H_{S,i}$ et $H_{G,i}$ ont toutes été synchronisées au temps $t_S = t_G = 0$.

Rappelons enfin que $H_{S,0}$ donne à **S** son temps propre, de même que $H_{G,0}$ donne à **G** son temps propre.

Perception de S

Voyons maintenant comment **S** perçoit le temps qui s'écoule et regardons la manière dont il procède. Au cours du temps il voit les horloges de **(R')** défiler devant lui ; entre les passages de deux horloges $H_{G,i}$ successives il observe qu'il s'écoule 1s dans **(R')**, conformément à l'hypothèse initiale sur la prise en compte et la lecture des horloges de **(R')**. Maintenant s'il lit l'horloge $H_{S,0}$ qui lui est attachée il constate qu'elle compte moins de 1s entre les passages consécutifs de deux horloges $H_{G,n}$ et $H_{G,n+1}$. Pour **S** l'intervalle Δt_0 lu sur $H_{S,0}$ est une **durée propre** alors que l'écart $\Delta t' = 1s$ entre les lectures de $H_{G,n}$ et $H_{G,n+1}$ est une **durée impropre**. On applique donc ici la relation connue entre temps propre et temps impropre :

$$\Delta t_0 = \Delta t' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Cependant, si maintenant **S** collecte les heures apparaissant successivement sur ses horloges $H_{S,i}$ lorsqu'elles passent devant **UNE horloge** particulière $H_{G,n}$ de **(R')** il va constater que cette dernière bat moins vite que celles au repos dans son référentiel. En effet les événements attachés aux battements de $H_{G,n}$ se déroulent dans le référentiel **(R')** où $H_{G,n}$ mesure, entre deux battements successifs, une **durée propre** $\Delta t'_0$. Dans **(R)** il faut **DEUX horloges**

[6] On peut dire également qu'il y a une infinité d'horloges dans (R') mais qu'on ne retiendra que la lecture de celles qui passent devant S à chaque seconde de (R') (notion de réseau ou de « cristal » d'horloges en RR)
[7] Même remarque que dans la note précédente.

différentes pour obtenir l'intervalle de temps Δt entre ces deux battements : c'est donc une **durée impropre**.

On peut donc écrire :

$$\Delta t = \frac{\Delta t'_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Perception de G

Voyons maintenant comment **G** perçoit le temps qui s'écoule. Sa situation est parfaitement symétrique de la précédente. Au cours du temps il voit les horloges de **(R)** défiler devant lui ; entre les passages de deux horloges $H_{S,i}$ successives il observe qu'il s'écoule 1s dans **(R)**. Maintenant s'il lit l'horloge $H_{G,0}$ qui lui est attachée il constate qu'elle compte moins de 1s entre les passages consécutifs de **DEUX horloges** $H_{S,n}$ et $H_{S,n+1}$. Pour **G** l'intervalle $\Delta t'_0$ lue sur $H_{G,0}$ est une **durée propre** alors que l'écart Δt = 1s entre les lectures de $H_{S,n}$ et $H_{S,n+1}$ est une **durée impropre**. On a donc la relation :

$$\Delta t'_0 = \Delta t.\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

Cependant, si maintenant **G** récupère les heures apparaissant successivement sur ses horloges $H_{G,i}$ passant devant **UNE horloge** particulière $H_{S,n}$ de **(R)** il va constater qu'elle bat moins vite que celles au repos dans son référentiel. En effet les événements attachés au battement de $H_{S,n}$ se déroulent dans le référentiel **(R)** où $H_{S,n}$ mesure, entre deux battements successifs, une **durée propre** Δt_0. Dans **(R)** il faut **DEUX horloges** différentes pour obtenir l'intervalle de temps $\Delta t'$ entre ces deux battements : c'est donc une **durée impropre**.

$$\Delta t' = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

On voit donc qu'il faut être très vigilant avec les notions de temps propre et de temps impropre et que les phénomènes se déroulant dans des référentiels en mouvement relatif ont un comportement dans le temps parfaitement symétrique.

Le développement précédent montre bien que des horloges en mouvement relatif **ne peuvent pas rester synchronisées**, même si elles l'ont été à un instant antérieur donné. Le désaccord entre **S** et **G** sur l'évaluation des durées résulte fondamentalement de leur désaccord à propos de la synchronisation de leurs horloges. Or cette impossibilité de conserver des horloges synchronisées entre les deux référentiels est la conséquence directe de l'invariance de la vitesse de la lumière.

4. Un invariant relativiste : l'intervalle d'espace-temps

Si la mesure des intervalles de temps - et des longueurs comme on va le voir un peu plus loin - dépend du référentiel dans lequel elle est faite, il reste cependant des grandeurs invariantes.
On appelle intervalle d'espace-temps dans le référentiel **(R)** la quantité ds^2 telle que :

$$ds^2 = c^2.dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

Cherchons la forme que prend cette expression dans le référentiel **(R')** en appliquant la transformation de Lorentz que nous rappelons ci-dessous :

$$dx = \gamma.(dx' + \beta.c.dt')$$
$$dy = dy'$$
$$dz = dz'$$
$$c.dt = \gamma.(c.dt' + \beta.dx')$$

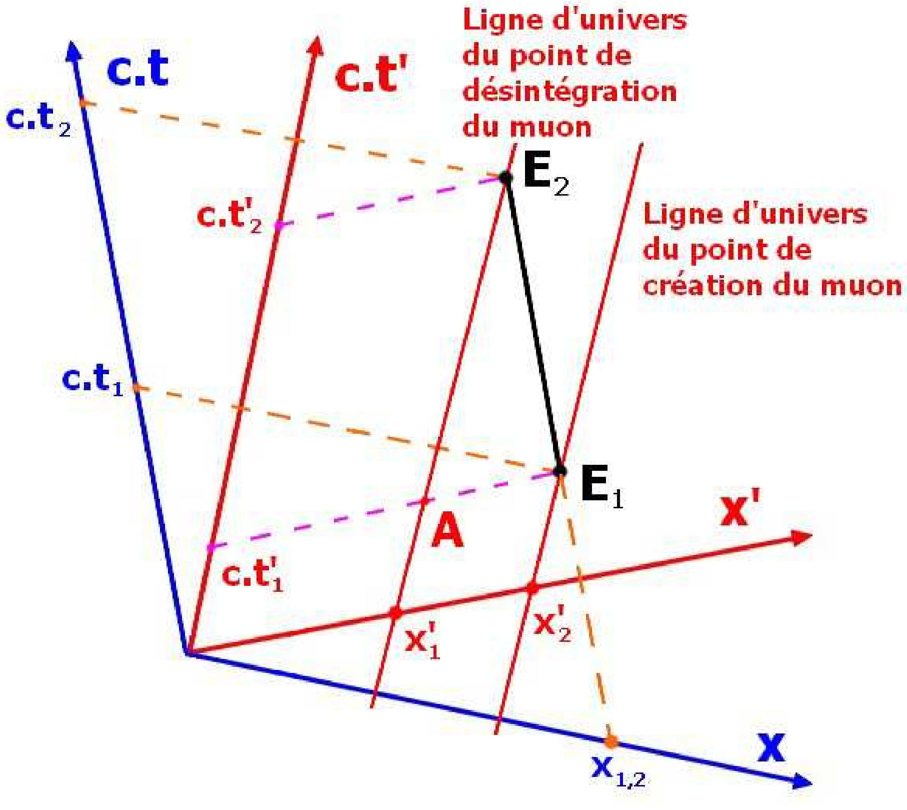
Donc :

$$ds^2 = \gamma^2.(c.dt' + \beta.dx')^2 - [(\gamma^2.(dx' + \beta.c.dt')^2 + dy'^2 + dz'^2]$$

Après développement, regroupement et simplification on obtient :

$$ds^2 = c^2.dt'^2 - (dx'^2 + dy'^2 + dz'^2) = ds'^2$$

La quantité ds^2 est donc un invariant en RR. Vérifions le sur l'exemple de la désintégration des muons vue depuis le référentiel **(R)** du muon et depuis celui de la Terre **(R')** en traçant un diagramme de Loedel.



Dans le triangle AE_1E_2 le théorème de Pythagore nous permet d'écrire :

$$AE_2^{\ 2} = AE_1^{\ 2} + E_1E_2^{\ 2}$$
$$AE_2 = c.t'_2 - c.t'_1 = c.(t'_2 - t'_1) = c.\Delta t'$$
$$AE_1 = x'_2 - x'_1 = \Delta x'$$
$$E_1E_2 = c.t_2 - c.t_1 = c.(t_2 - t_1) = c.\Delta t$$

Finalement en remplaçant les termes de la première relation :

$$(c.\Delta t')^2 = (\Delta x')^2 + (c.\Delta t)^2 \quad \Rightarrow \quad (c.\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 = (c.\Delta t)^2$$

Sachant que, dans **(R)**, $x_1=x_2=x_{1,2}$ et, donc, que $\Delta x = 0$, la relation ci-dessus peut être écrite :

$$(c.\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 = (c.\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 \quad \Rightarrow \quad ds'^2 = ds^2$$

5. Simultanéité[8]

1 Introduction

Deux événements E_1 et E_2 sont déclarés simultanés dans un référentiel si les horloges préalablement synchronisées et placées aux points où ils se produisent, donnent la même indication.
En mécanique classique (galiléenne) la notion de simultanéité est universelle : si deux événements sont simultanés dans un référentiel, ils le sont dans tous les référentiels. Il n'en est pas de même en RR.

Considérons deux événements E_1 et E_2 se produisant, pour un observateur d'un référentiel **(R)**, au même moment mais en des endroits distincts. Pour fixer les idées, on peut imaginer le déclenchement d'un premier flash et d'un second un peu plus loin. Alors, entre les deux événements nous avons

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 0 \qquad et \qquad \Delta x = x_2 - x_1 \neq 0$$

Que va voir un observateur lié à un référentiel **(R')** en translation rectiligne uniforme par rapport à **(R)** se déplaçant à la vitesse constante **v** ?
L'application de la transformation de Lorentz nous donne :

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma.(\Delta t - \frac{v.\Delta x}{c^2}) \neq -\gamma\frac{v.\Delta x}{c^2} \neq 0$$

Pour l'observateur au repos dans **(R')**, les deux événements ne sont pas simultanés. De son point de vue, l'un des deux événements s'est produit en premier.
Précisons ici un point important. La non-simultanéité pour l'observateur du référentiel **(R')** n'est pas due à une différence de temps de parcours de la lumière[9] entre chaque flash et son l'œil. Le bataillon d'horloges attachées à **(R')** repère les dates des deux événements, puis les transmet à l'observateur qui constate qu'elles sont différentes. D'une manière générale on ne tient pas

[8] On trouvera des compléments dans les autres textes proposés comme « La relativité restreinte avec le facteur k » et « Les diagrammes espace-temps en relativité restreinte » sur le site http://acces.ens-lyon.fr/clea/lunap/Relativite/relativite-restreinte-principes-et-applications

[9] Ce type d'affirmation était souvent tenu par les contradicteurs de la relativité restreinte qui ne voyaient dans ses affirmations que des conséquences de la vitesse finie de la lumière. On retrouve ceci, par exemple, dans l'ouvrage de l'abbé Moreux « Pour comprendre Einstein ».

compte de ce temps de propagation en RR et on se réfère toujours à l'horloge du référentiel considéré se trouvant sur le lieu de l'événement étudié.

2 <u>Exemple de texte à analyser</u>

De nombreux ouvrages présentent des exemples afin d'aider à la compréhension de cette notion pas toujours facile à appréhender. Einstein lui-même la détaille dans son livre « la relativité ». Son texte est le suivant :

Jusqu'à présent notre réflexion avait en vue un corps de référence particulier que nous désignions par la voie ferrée. Supposons un train très long se déplaçant sur cette dernière avec une vitesse constante v dans la direction indiquée sur la figure (1).

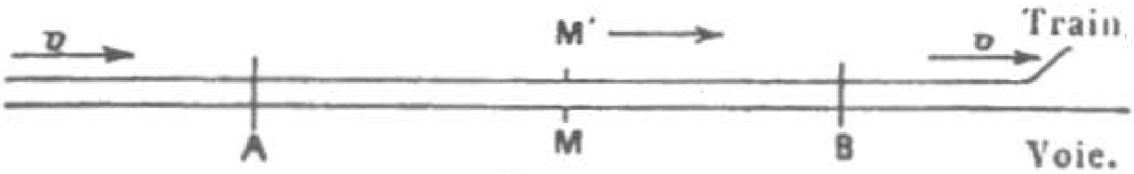


Fig. 1.

Les voyageurs de ce train auront avantage de se servir du train comme corps de référence rigide (système de coordonnées), auquel ils rapporteront tous les évènements. Tout évènement qui a lieu le long de la voie ferrée a aussi lieu en un point déterminé du train. La définition de la simultanéité peut aussi être formulée exactement de la même façon par rapport au train que par rapport à la voie. La question suivante se pose ainsi tout naturellement :
Deux évènements (par exemples les deux éclairs A et B), qui sont simultanés pur rapport à la voie, sont-ils aussi simultanés par rapport au train ? Nous montrerons tout à l'heure que la réponse doit être négative.

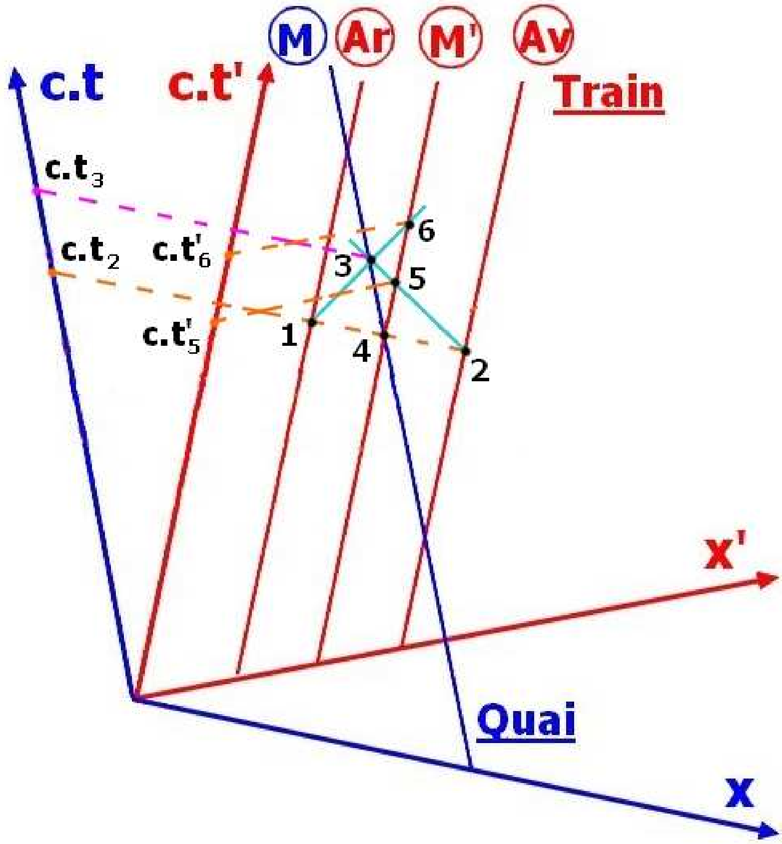
Quand nous disons que les éclairs A et B sont simultanés par rapport à la voie ferrée nous entendons par là que les rayons issus des points A et B se rencontrent au milieu M de la distance A-B située sur la voie. Mais aux évènements A et B correspondent des endroits A et B dans le train. Soit M' le milieu de la droite A-B du train en marche. Ce point M' coïncide bien avec le point M à l'instant ou se produisent les éclairs vus du talus, mais il se déplace sur le dessin vers la droite avec la vitesse v. Si un observateur dans le train assis en M' n'était pas entraîné avec cette vitesse, il resterait d'une façon permanente en M et les rayons lumineux issus de A et de B l'atteindraient simultanément, c'est à dire que ces deux rayons se rencontreraient au point ou il se trouve. Mais en réalité il court (vu du talus) vers le rayon de lumière venant de B tandis qu'il fuit devant celui qui vient de A. Il verra, par conséquent, le rayon de lumière qui vient de B plus tôt que celui qui vient de A. Les observateurs qui se servent du train comme corps de référence doivent donc arriver à la conclusion que l'éclair B s'est produit antérieurement à l'éclair A. Nous aboutissons ainsi au résultat important suivant :

Des évènements qui sont simultanés par rapport à la voie ferrée ne sont pas simultanés par rapport au train et inversement (relativité de la simultanéité).

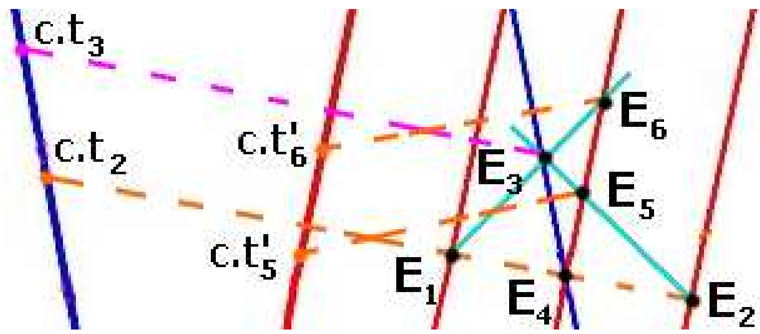
Chaque corps de référence (système de coordonnées) a son temps propre; une indication de temps n'a de sens que si l'on indique le corps de référence auquel elle se rapporte.

On peut traduire ce texte dans un diagramme espace – temps. Choisissons celui de Loedel[10]. Ayant tracé les lignes d'univers de l'arrière du train (point A du texte), de l'avant du train (point B), des points M et M', nous traçons deux lignes de lumière telles que :

- Leurs points de départ en E_1 et E_2 sont sur la ligne de simultanéité de l'instant de coïncidence des points M et M' (événement E_4).
- Elles sont inclinées à 45°



Détaillons la partie centrale de ce diagramme sur un autre schéma.



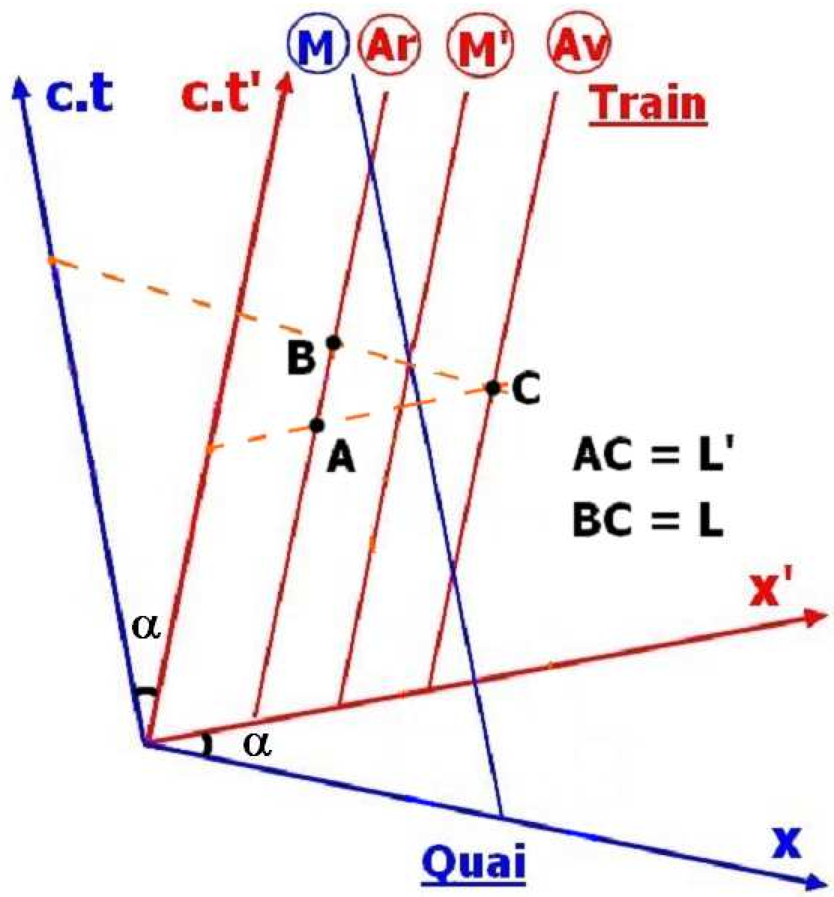
Les lignes de lumière se croisent sur la ligne d'univers du point M, en bleu, ce qui signifie que les réceptions des flashs y sont simultanées. Par contre en M',

[10] Rappelons que l'on trouvera des compléments sur les diagrammes espace-temps dans le document « Les diagrammes espace-temps en relativité restreinte ».

solidaire du référentiel **(R')** lié au train, la lumière en provenance de l'avant du train y parvient plus tôt que celle émise à l'arrière, conformément à ce qu'explique Albert Einstein dans son texte.

3 <u>Relativité de la simultanéité et mesure des longueurs</u>

On peut également utiliser le diagramme ci-dessus pour mettre en évidence la contraction des longueurs. Si on appelle L' la distance entre les extrémités du train mesurée par l'observateur M' dans le référentiel **(R')** – c'est donc une longueur propre – et L celle qui est déterminée par M qui reste attaché au référentiel **(R)** lié au quai devant lequel passe le train, nous pouvons tracer le diagramme suivant :



On a bien L' > L. En tenant compte, dans le diagramme de Loedel, des relations suivantes :

$$\beta = \sin(\alpha)$$

$$\gamma = \frac{1}{\cos(\alpha)}$$

et de la relation du diagramme ci-dessus entre L et L'

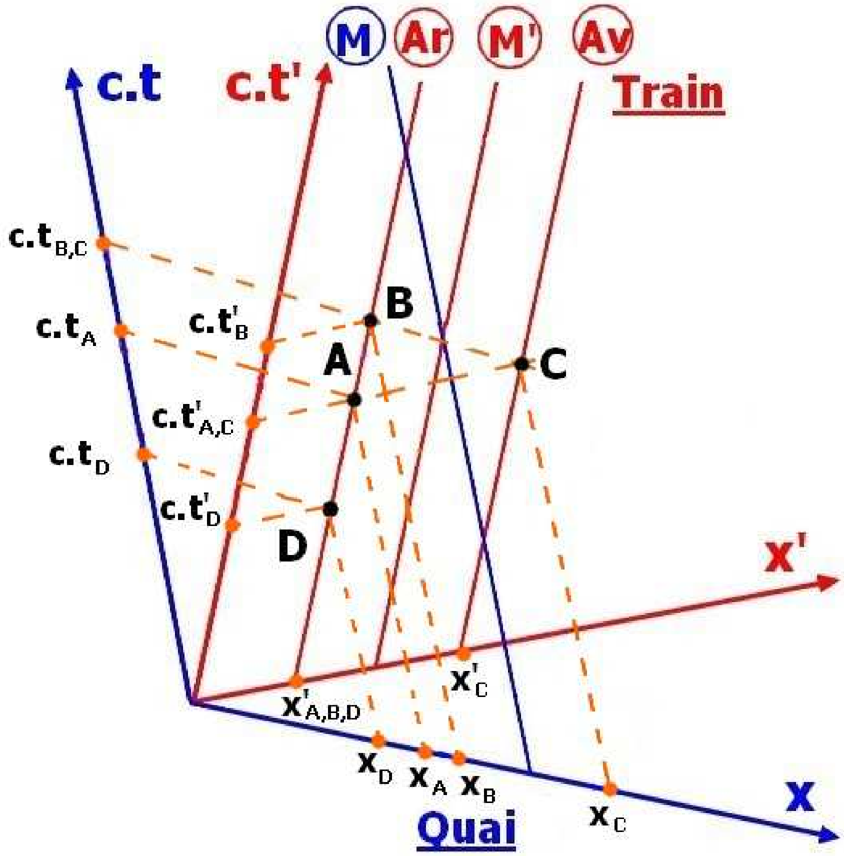
$$L = L'.\cos(\alpha)$$

nous retrouvons la relation entre longueur propre et longueur impropre

$$L = \frac{L'}{\gamma}$$

En s'appuyant sur ce diagramme on peut également développer quelques idées sur la méthode de mesure de la longueur d'un objet en mouvement. En effet, avec le phénomène de contraction des longueurs, il devient indispensable de préciser comment est associée chaque extrémité de l'objet avec une graduation de l'axe du référentiel le long duquel se déplace cet objet (par exemple en prenant une photographie de la correspondance entre chaque extrémité du train et une graduation d'un règle attachée au référentiel **(R)**).

Supposons tout d'abord que, dans l'expérience de pensée précédente, l'observateur M' attaché au référentiel du train veuille effectuer une mesure de sa longueur.



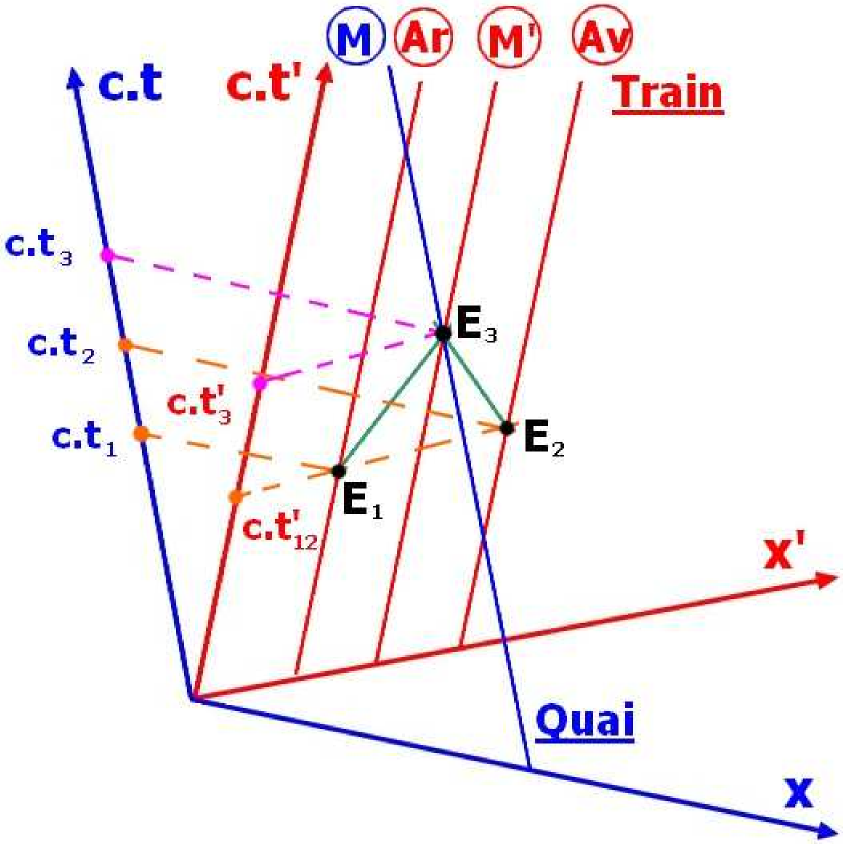
Dans le référentiel de M', quelque soit l'instant de la mesure de la position de l'arrière du train, on trouve bien la même valeur : $x'_A = x'_B = x'_D = x'_{A,B,D}$. Ceci est bien sûr normal puisque l'arrière du train occupe toujours la même position dans son référentiel propre. La différence entre la mesure x'_C de la position de l'avant du train – ici déterminée à l'instant t'_{AC} – et celle de la position de l'arrière du train ne dépend donc pas de l'instant des mesure et donne toujours sa longueur propre.

Dans le référentiel de M par rapport auquel se déplace le train les mesures sont plus délicates. Il faut repérer **simultanément** la valeur des abscisses de l'avant et de l'arrière du train. Sur le diagramme ci-dessus ceci est obtenu pour les événements B et C pour lesquels $t_B = t_C = t_{B,C}$. On a alors $L = (x_C - x_B)$.

Si la mesure de la position de l'arrière est réalisée, dans le référentiel **(R)**, aux instants t_A ou t_D, différents de t_B, on obtient pour l'arrière une position x_A ou X_D qui donne des distances (x_C – x_A) ou (x_D – x_A) différentes qui ne permettent pas de définir d'une manière univoque dans **(R)** la longueur du train.

4 Autre exemple

Pour traiter un autre cas on peut modifier l'exemple donné par Albert Einstein de la façon suivante. Supposons qu'à l'instant où M croise M' ces derniers reçoivent simultanément la lumière des deux éclairs ayant frappé les extrémités du train. Dans quel ordre se sont succédés les flashs dans chacun des référentiels ? Pour résoudre la question un diagramme de Loedel va nous être encore utile.



Trois événements sont indiqués : E_1 pour la frappe de l'éclair à l'arrière du train, E_2 pour celle sur l'avant et E_3 pour la réception simultanée des flashs par les deux observateurs M et M'. Dans le référentiel **(R)** lié au quai l'éclair ayant frappé l'arrière l'a fait à l'instant t_1 qui précède l'instant t_2 correspondant à la frappe de l'éclair sur l'avant. Les deux éclairs n'ont donc pas été émis simultanément. Par contre, dans le référentiel **(R')**, les deux éclairs ont frappé simultanément les deux extrémités du train à l'instant t'_{12}. Ces conclusions, visibles sur le diagramme, peuvent être entièrement confirmées par les calculs que nous permettent de faire les propriétés géométriques du diagramme de Loedel. On peut également les retrouver en utilisant les transformations de Lorentz.

6. Conclusion

Les éléments qui précèdent devraient contribuer à mettre l'accent sur le fait que la dilatation du temps est une expression de la définition de la simultanéité, d'une part, et d'un type particulier de mesure, d'autre part. Le décrire en disant simplement « les horloges en mouvement ralentissent » peut être pratique mais a aussi quelque chose de maladroit et peut être trompeur. D'une part, cette affirmation peut laisser supposer, ce qui est tout à fait contraire aux idées relativistes, que le mouvement a un caractère absolu et, d'autre part, il laisse sous-entendre que certains changements essentiels se produisent dans le fonctionnement de l'horloge elle-même dont les principes physiques de son fonctionnement auraient été modifiés. Or c'est un élément central de la théorie de la RR que d'affirmer le contraire : le fonctionnement d'une horloge tel qu'il est décrit dans son propre référentiel galiléen n'est pas affecté par un mouvement uniforme qui ne peut être que relatif. Nous devons avoir à l'esprit que chaque fois que nous parlons d'un objet qui se déplace, cette affirmation n'a de sens que par rapport à un référentiel donné. Tant que cela reste à l'esprit, il est légitime de parler d'horloges en mouvement ou de mètres en déplacement. Mais il faut être vigilent dans ses raccourcis !

Pierre MAGNIEN
15 février 2013