

# Le retour d'Eratosthène

Francis Berthomieu

**Résumé:** *La chance veut que notre planète soit pratiquement sphérique et que le Soleil soit vraiment infiniment éloigné d'elle ! Sans ces deux propriétés, le nom d'Eratosthène serait-il resté gravé dans toutes les mémoires ? Et qu'aurait-il trouvé si la Terre avait la forme d'un Œuf ? Bon sujet pour un « remue-ménages ».*

## Prologue

Il est bibliothécaire. Pas n'importe où. A la Grande Bibliothèque d'Alexandrie. Il est le dépositaire de tout le savoir du monde : une impressionnante collection de rouleaux de papyrus. Les a-t-il tous lus un jour ? Peut-être. Est-ce le hasard qui lui a fait rassembler aujourd'hui trois d'entre eux devant lui ? Nul ne le saura jamais : pas de témoins. Seulement une belle histoire que chacun peut raconter à sa manière. On peut voir en cet homme un penseur sédentaire. Denis Guedj, dans un fort sympathique roman (« Les cheveux de Bérénice » - Seuil) a préféré le lancer, lui et ses assistants, dans une grande aventure au fil du Nil... Quelle qu'ait été sa véritable histoire, cet homme restera pour l'humanité l'immense savant qui trouva un moyen aussi simple que puissant de déterminer la taille de notre planète Terre. Son nom restera au Panthéon de la Science : Eratosthène...

## 2004

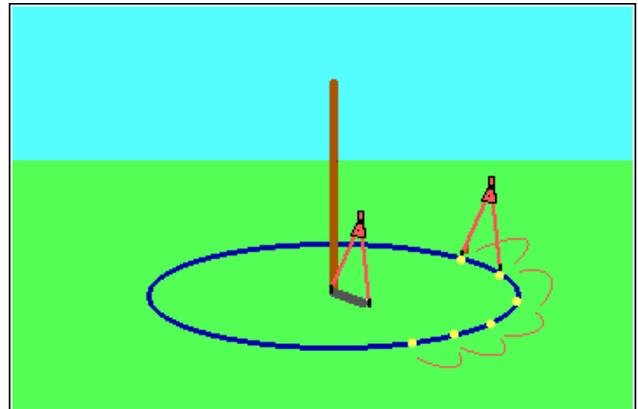
Voici quatre ans que l'expérience d'Eratosthène a fait son apparition parmi les suggestions de travaux pratiques des classes de seconde des lycées. Les Cahiers Clairaut se sont maintes fois penchés sur cette opportunité de faire de l'astronomie en classe et en plein jour. Divers protocoles ont été proposés (par exemple dans le CC N°98). Notre toute jeune liste de diffusion a montré récemment que le sujet restait d'une brûlante actualité et qu'il pouvait être bon de revenir une fois encore sur ce sujet.

## Le bâton d'Eratosthène

J'aime imaginer Eratosthène plantant un bâton bien vertical devant le bâtiment dont il est le gardien. Il regarde ce bâton avec une extrême attention : un regard scientifique ! Il examine plus précisément son ombre, qui tourne lentement avec le Soleil, et qui se raccourcit peu à peu depuis le lever du Soleil jusqu'au passage de l'astre au méridien. Il est alors « midi ». L'ombre est la plus courte de la journée, elle est même très courte à Alexandrie. Désormais, elle va s'allonger jusqu'au

coucher du Soleil. Chaque jour, la longueur de cette ombre minimale est différente. Astronome confirmé, Eratosthène sait que l'ombre la plus courte de l'année sera observable le jour du Solstice d'Été (notre 21 juin) : C'est ce jour qu'il a choisi pour faire un peu de géométrie.

On lit souvent qu'il découvrit que cette ombre du Solstice « correspondait à  $1/50$  de cercle ». La mesure était simple : traçons un cercle dont le rayon est égal à la longueur du bâton, puis reportons sur sa circonférence la longueur de l'ombre... Quand nous aurons fait le tour complet, il aura fallu 50 reports ! Si nous avons reporté cette même longueur de l'ombre sur le bâton, nous aurions trouvé  $50/2\pi$ , c'est-à-dire pratiquement 8 !



## Trois manuscrits de la Grande Bibliothèque

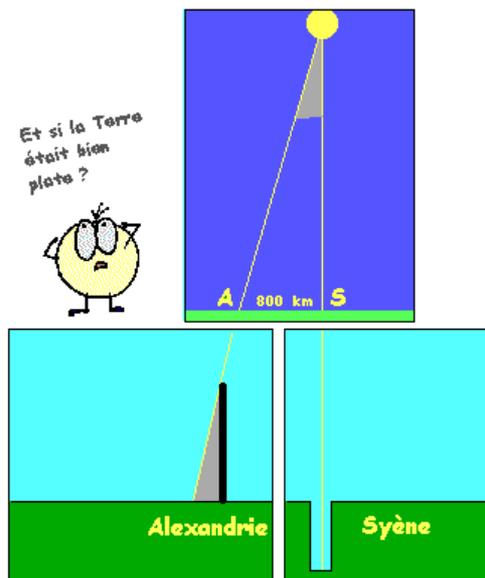
Le premier était sans doute le texte d'Aristote qui démontre, preuves à l'appui, que la Terre est bien ronde (cf. CC N° 102).

Dans le deuxième, on trouve la relation d'un « fait divers » : On a constaté qu'à Syène, belle ville située sur les bords du Nil, quelque part au Sud d'Alexandrie, le jour du Solstice d'Été, les rayons du Soleil pénètrent à midi jusqu'au plus profond d'un puits, prouvant que ce jour là, le Soleil est « au Zénith ». Événement digne d'être remarqué puisque ce passage du Soleil au Zénith est rarissime : seuls les

lieux situés dans la bande intertropicale y ont droit et cela ne se produit que deux fois par an... A Syène, cela ne se produit même qu'une seule fois ! Et pour cause, Syène se situe exactement sur le Tropique du Cancer... Dans le troisième, sans doute un récit de voyage, Eratosthène apprend la durée des voyages que les caravanes de chameaux accomplissent le long du Nil entre Alexandrie et Syène, deux villes situées pratiquement sur le même méridien. Et le voici sur la grand place du marché d'Alexandrie, où il interroge discrètement un chamelier : quelle distance sa caravane parcourt-elle dans la journée ? Il ne reste plus qu'à déduire de ces données la distance entre les deux villes. On dit souvent qu'il trouva 5000 stades, correspondant environ à 800 de nos kilomètres.

### Hypothèses et conséquences

A l'époque d'Eratosthène, et pour longtemps encore, ceux qui savent que la Terre est ronde ne sont pas légion. Imaginons avec eux que la Terre est plate. Et essayons d'utiliser les données des trois manuscrits. Un schéma résume les faits.



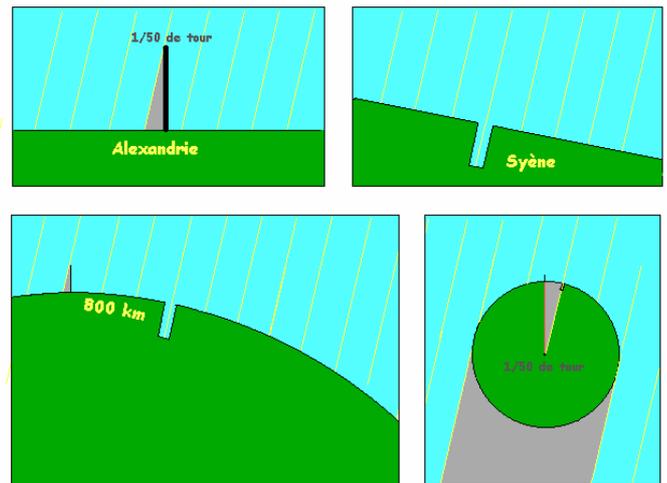
longueur de l'ombre est à celle du bâton ce que la distance entre les deux villes est à la distance Terre-Soleil.

Quatre distances dont trois sont connues ! Il saura calculer la quatrième... Puisque le bâton est 8 fois plus long que son ombre le jour du Solstice, le Soleil est donc 8 fois plus loin de la Terre que Syène d'Alexandrie : le Soleil est donc à 6400 km de la Terre. La proche banlieue en quelque sorte !

L'autre hypothèse suppose que la Terre est sphérique, et que le Soleil en est très éloigné. Cette deuxième hypothèse est tout aussi importante que la première : elle permet d'affirmer qu'alors les rayons du Soleil arrivent en tout point de la Terre selon une direction unique. Tous sont parallèles.

L'examen des figures ci-contre permettra au géomètre de tirer de nouvelles conclusions. Ici, la longueur de l'ombre est à celle du bâton ce que la distance des deux villes est au rayon de la Terre. Et c'est le rayon de la

Terre que l'on obtient alors par la belle « règle de trois » : on retrouve d'ailleurs les mêmes 6400 km !



On y voit le bâton d'Eratosthène, son ombre, les deux villes et le Soleil. Le géomètre Thalès affirme que la

Dans son très beau livre sur ce sujet, « Les cheveux de Bérénice », Denis Guedj décrit avec talent tout le processus des mesures d'Eratosthène. Mais il conclut (page 364) :

**"Le rapport de la longueur de l'ombre à celle du gnomon à Alexandrie est 1/50. Grâce à l'utilisation du puits de Syène, cette unique mesure donne la valeur de l'angle au centre entre Alexandrie et Syène : 1/50 du tour de la Terre".**

Il est clair qu'il commet là une malheureuse confusion. L'angle mesuré entre le bâton et les rayons du Soleil représente bien 1/50 de tour... mais le rapport de la longueur de l'ombre à celle du gnomon ... est de 1/8 !

Profitons-en pour affûter l'esprit critique de nos élèves en leur faisant lire ce livre puis en disant :

« Cherchez l'erreur ! ».

FB