

Un planétaire héliocentrique avec GéoplanW

Ce n'est pas révolutionnaire, mais ça tourne !

L'objectif est de construire un modèle du système solaire permettant de décrire le mouvement annuel des planètes autour du Soleil et d'en déduire leur visibilité depuis la Terre.

Il s'agit en fait de la transposition sur ordinateur d'un "classique du CLEA", le planétaire en carton, en utilisant un logiciel de construction géométrique, GéoplanW, vendu pour un prix modique par le CRDP de Champagne - Ardennes.

On propose donc ici une initiation, en parallèle, à l'astronomie et à l'utilisation de ce logiciel.

En cours de réalisation, il faudra faire une recherche documentaire sur les caractéristiques orbitales des planètes et leur position à une date donnée.

Astronomie

Informations à trouver dans un livre ou sur Internet :

- Caractéristiques orbitales des planètes,
- Diamètre du Soleil.

On admettra :

- que les planètes sont pratiquement toutes dans le même plan, le plan de l'écliptique, (plan de révolution de la Terre autour du Soleil).

Ceci sera montré dans l'annexe 1.

- qu'elles ont un mouvement circulaire uniforme autour du Soleil.

Les trajectoires des planètes sont des ellipses (lois de Kepler) ; on montrera en annexe 2 qu'elles sont assimilables à des cercles.

Etudes préliminaires

1 - Montrons que la Terre est un objet ponctuel par rapport au Soleil.

Rayon du Soleil, $R_S = 750\,000$ km

Rayon de la Terre, $R_T = 6400$ km.

La limite de l'approximation peut être obtenue en représentant Jupiter.

Utilisation de Géoplan

La barre d'outils du logiciel propose quelques fonctions qui seront utiles lors de cette initiation.

Il va de soi que ce logiciel offre beaucoup plus de possibilités que ce qui sera présenté ici.

La fonction "Créer" permet, en menus déroulants de créer les différentes figures et fonctions utiles.

Dans la rubrique "Divers" on trouve les fonctions "supprimer" et "modifier".

"rap" affiche le rapport de tout ce qui a été créé.

"bis" est un raccourci pour créer des objets semblables.

"<" et ">" permettent des zooms avant et arrière.

Les axes de coordonnées peuvent être affichés ou effacés par la fonction les représentant.

Une palette graphique permet de choisir des couleurs ou des hachures.

Créer un point libre S, dans le plan.

Créer un cercle de centre S et de rayon R_S (*créer une ligne, cercle, défini par son centre et son rayon*).

Utiliser le zoom arrière (<) jusqu'à faire apparaître le cercle.

Faire de même pour créer la Terre (T, R_T).

La position des points S et T peut être modifiée en cliquant sur ces points (une main apparaît alors).

Un clic droit permet de bouger l'ensemble de la figure sur l'écran.

2 - Montrons que le Soleil peut être représenté par un point, comparé à la dimension des trajectoires des planètes.

On peut prendre la Terre dont la distance moyenne au Soleil, d , est de 150 millions de km.

La limite de l'approximation peut être obtenue en représentant la trajectoire de Mercure.

Réalisation

3 - Dessin des trajectoires des planètes.

On tracera des cercles de même centre S , et de rayons égaux aux distances respectives des planètes au Soleil, trouvées par la recherche documentaire initiale.

On pourra pour simplifier exprimer ces distances en Unités Astronomiques, soit 1 pour la distance Soleil - Terre, et donc 0,387 pour Mercure, 0,723 pour Vénus, etc.

4 - Placer les planètes sur leur trajectoire à la date du 1er Janvier 2002.

Il faut pour cela connaître leur longitude écliptique héliocentrique à cette date.

C'est l'angle que fait la direction Soleil - planète avec une direction de référence, mesuré dans le plan de l'écliptique.

Cette direction de référence est celle du point γ , point vernal, c'est à dire celle de la direction du Soleil, vu de la Terre, à l'équinoxe de printemps.

Elle sera représentée par l'axe S_x du repère.

Cette information est disponible sur le site Internet du "Bureau des Longitudes" : www.bdl.fr.

(Serveur d'éphémérides, éphémérides générales des corps du système solaire).

Il faudra utiliser la définition du point vernal pour connaître la position de la Terre au 1^{er} Janvier (on doit trouver environ 100°).

5 - Faire bouger les planètes.

Il faut calculer la vitesse angulaire des planètes, par exemple en degré par jour, connaissant la durée en jours d'une révolution complète (360°) de la planète.

Effacer la Terre (*Divers, supprimer*)

Créer un cercle de centre S et de rayon $d = 150\,000\,000$ km. Utiliser un zoom arrière jusqu'à faire apparaître la trajectoire de la Terre.

Créer un point repéré S , dans le plan, de coordonnées 0 et 0. C'est le centre du système d'axes qu'on peut faire apparaître ou disparaître.

Créer successivement des cercles C_1, C_2 , etc, de centre S et de rayons correspondant aux orbites des différentes planètes. Il sera pratique d'utiliser la fonction "bis".

Création du point M représentant Mercure.

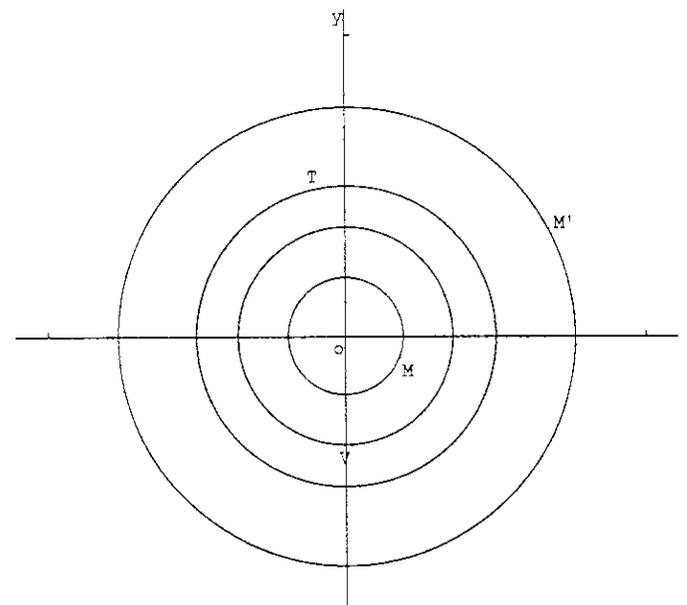
(Distance Soleil-Mercure = 0,387 UA ; Longitude de Mercure au 1^{er} janvier 2002 = 338°)

Créer un point repéré M sur un cercle, C_1 , repéré par son angle (en degré) avec l'axe origine, S_x .

Cet angle est donc de 338°

Créer successivement toutes les planètes sur leur trajectoire en utilisant la fonction "bis".

Pour Vénus, on aura V repéré sur le cercle C_2 par un angle de 273° .



Créer un "numérique", n , réel libre dans un intervalle $[0 ; 360]$. Il représente le nombre de jours de l'année.

En admettant que l'année, sur Terre, compte $n = 360$ jours, on aura donc une vitesse de 1° par jour pour la Terre.

Pour Mercure, on obtient $4,09^\circ$ par jour, et pour Vénus, $1,60^\circ$ par jour.

On pourra dans ces conditions faire bouger les planètes pendant un an, en exprimant leur coordonnées en fonction de leur vitesse angulaire.

Il sera bon, au bout d'une année, de remettre le planétaire à jour, en actualisant les longitudes écliptiques héliocentriques, au 1er Janvier de l'année suivante.

6 - Savoir si une planète est observable depuis la Terre.

Il faut pour cela représenter la Terre par un petit cercle (C'), de centre T (position de la Terre) et y placer un point d'observation P.

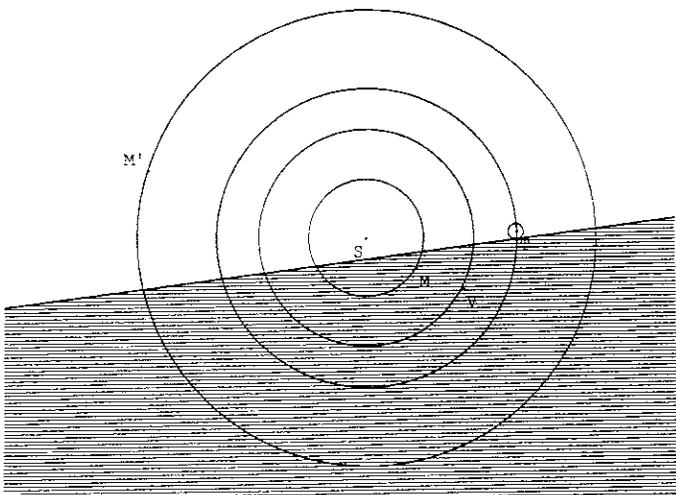
Une droite (D) tangente à ce cercle en P partagera l'espace en deux : une partie "jour" contenant le Soleil, et l'autre partie, "nuit", où seront situées les planètes observables.

La partie "nuit" peut être définie par la droite D et un point S' symétrique de S par rapport à T.

La rotation de la Terre sur elle-même sera simulée en modifiant les valeurs de h, nombre créé ci-contre.

Les planètes situées du même côté que le Soleil ne sont pas observables, contrairement à celles qui sont dans la partie hachurée.

La droite, dans sa rotation, montre les levers et couchers du Soleil et des planètes.



Positions au 21 Septembre 2002

Modification des coordonnées des planètes :

Dans "Divers", choisir *modifier M*, de la façon suivante :

L'angle devient $338^\circ + 4,09 * n$

Et pour Vénus, on aura un angle égal à :

$273^\circ + 1,60 * n$

Faire les modifications pour toutes les planètes.

On peut faire varier n en utilisant la fonction "Piloter" et les flèches \rightarrow et \leftarrow . Les touches + et - permettent d'accélérer et de ralentir la variation de n.

Créer un cercle, C' , de centre T et de rayon petit, par exemple 0,05.

Créer un "numérique", h, réel libre. Il servira à situer le point d'observation sur la Terre.

Créer un point P repéré sur le cercle C' , caractérisé par l'angle h.

Créer la ligne, droite D, passant par P et perpendiculaire à TP.

Créer le point S' image de S par symétrie centrale

Créer le demi-plan DP, défini par la droite D et le point S' et le hachurer grâce à la palette disponible.

On pourra aussi utiliser la fonction "non dessiné" de cette palette pour S' .

Faire piloter h de la même manière que n.

Remarque : on peut facilement passer du pilotage de n à celui de h en créant des commandes, touches N pour n et H pour h par exemple, de la façon suivante :

Créer, une commande, sélection pour pilotage au clavier.

7 - Calcul et affichage de la date.

Il s'agit de compter les mois et les jours de l'année, en utilisant une fonction préexistante du logiciel.
La fonction "partie entière" : $\text{int}()$,

Annexe 1

Compte tenu de la distance Soleil – planète et de l'inclinaison i , du plan de l'orbite de la planète par rapport au plan de l'écliptique, on peut dessiner les positions extrêmes des différentes planètes par rapport à l'axe des x , repère correspondant au plan de l'écliptique.

Les angles i d'inclinaison sont à chercher dans les caractéristiques orbitales des planètes.
(7° pour Mercure, $3,4^\circ$ pour Vénus, 0° pour la Terre, etc)

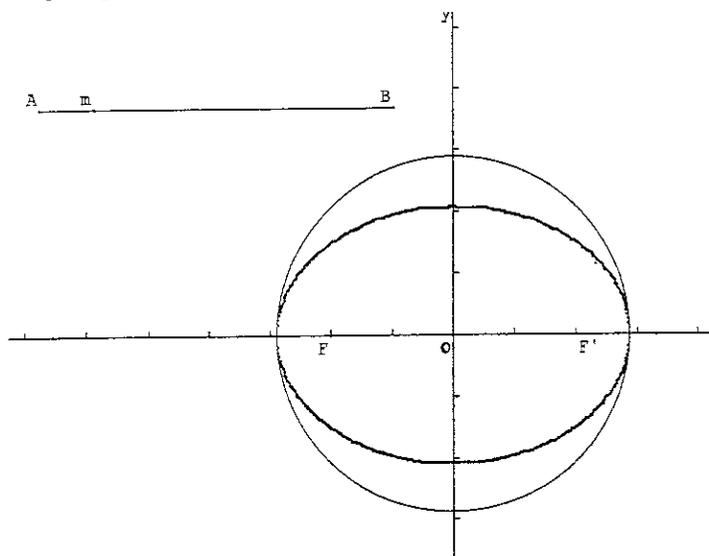
Annexe 2

On construira des ellipses par la méthode des jardiniers :
Une ellipse est l'ensemble des points M dont la somme des distances à deux points fixes F et F' , est constante de valeur $2a$ avec $2a > FF'$.

Le point M sera obtenu par l'intersection des deux cercles de centres F et F' et de rayons Am et Bm , m étant un point variable sur un segment $[AB]$ de longueur $2a$.
Il y aura 2 points d'intersection qui dessineront chacun une demi-ellipse quand m décrira le segment $[AB]$.

En effet la distance $FF' = 2c$ est strictement inférieure à la somme des distances FM et $F'M$ égale à $2a$: pour une ellipse, l'excentricité $e = c/a$ est strictement inférieure à 1.

L'objectif est de montrer que les valeurs de l'excentricité des trajectoires des planètes sont si faibles que ces ellipses sont pratiquement des cercles.



Créer, numérique, calcul algébrique, $E = n / 30$; c'est le nombre de mois, en nombre décimal.

Créer $Mo = \text{int}(E) + 1$: représente le numéro du mois en cours.

Créer $Jr = \text{int}[(E - \text{int}(E)) \times 30] + 1$: représente le jour du mois en cours.

Pour l'affichage, utiliser la fonction, créer, affichage, scalai - re déjà défini.

Créer S , au centre des axes.

Créer M pour Mercure, point repéré dans le plan (angle en radian) :

$$x = 0,387 \cos(7 * \pi / 180)$$

$$y = 0,387 \sin(7 * \pi / 180)$$

Créer de même les positions des autres planètes.

Créer les points libres A et B puis le segment $[AB]$.

Créer un numérique a' , calcul algébrique, égal à la longueur du segment $[AB]$.

Créer un numérique a , calcul algébrique, égal à $a' / 2$.

Créer un point m libre sur le segment $[AB]$.

Créer un réel libre c , et les points F et F' repérés dans le plan de coordonnées $(c, 0)$ et $(-c, 0)$.

Créer la droite (FF') , qui sera le grand axe des ellipses.

Créer le point O , milieu du segment $[FF']$.

Créer le cercle $C1$ de centre F et de rayon mA , et le cercle $C2$ de centre F' et de rayon mB .

Utiliser la palette graphique pour que ces cercles ne soient pas dessinés.

Créer les points M et M' , intersections des cercles $C1$ et $C2$.

Créer un cercle C de centre O et de rayon $a/2$. Il pourra être coloré et servira de référence à la limite ellipse-cercle.

Créer, numérique, calcul algébrique $e = c/a$, qui est égal à l'excentricité de l'ellipse.

Afficher e , avec trois décimales.

Faire piloter m par la touche M du clavier, c par la touche C et a par la touche A .

On peut faire apparaître la demi-ellipse $E1$, lieu de M et la demi ellipse $E2$, lieu de M' de la façon suivante :
créer, ligne, courbe, lieu d'un point, pilote m lieu de M ou lieu de M' .

