La chute de la Lune

En classe de seconde, au lieu de faire des thèmes distincts, j'ai préféré approfondir certains domaines. Évidemment, l'astronomie ouvre quelques fenêtres vers lesquelles je me sens attiré.
Après avoir traité avec les élèves le principe d'inertie, les forces, la gravitation, je leur propose une activité sur la "chute" de la Lune, activité qui se termine par une vérification expérimentale. Les textes ci-dessous donnent les documents élève et professeur.

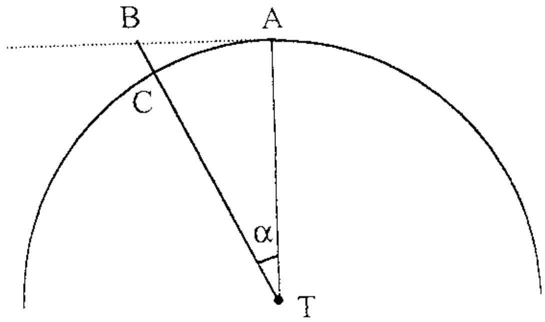
La démarche est la suivante :

Newton affirme que les forces qui régissent le mouvement des astres sont de même nature que celles qui attirent des corps vers le sol. La chute d'un corps à la surface de la Terre a pour cause la présence de la Terre (gravitation, force, modification de la vitesse), donc d'après Newton, le mouvement de la Lune autour de la Terre aurait la même cause.

- Constatons qu'au cours de son mouvement autour de la Terre, la Lune tombe.
- Calculons la hauteur de chute pendant une durée t.
- Supposons qu'un objet (une bille, une pomme), sans vitesse initiale, placé à la même distance soit attiré de la même façon.
- Calculons la hauteur de chute de cet objet s'il est placé à la surface de la Terre.
- Vérifions expérimentalement que c'est vrai.

1 - Dans les données de départ, on admet que la trajectoire de la Lune est un cercle (l'excentricité de sa trajectoire elliptique est 0,055) et que la valeur de sa vitesse est constante.
A partir du rayon de l'orbite et de la période sidérale, il est possible de calculer la valeur de la vitesse par exemple au point A. Si on suppose que la Terre disparaît quand la Lune passe en A, alors le mouvement de la Lune est rectiligne et uniforme (principe d'inertie et en supposant l'absence du Soleil *) et il est alors possible de calculer la distance AB parcourue par la Lune en t = 0,5 s

2 - Mais si la Terre est présente, au bout de 0,5 s, la Lune ne se trouve pas en B, mais en C, que l'on impose comme l'intersection du segment BT avec l'orbite de la Lune. Si on impose ceci, on affirme que la longueur du segment AB est égale à celle de l'arc AC, ce qui n'est pas rigoureusement exact. Mais quelle est l'erreur commise ? Autrement dit, peut-on confondre l'angle α (dans le triangle TAB) et la valeur de l'angle α' (en radians) qui intercepterait l'arc AC' dont la longueur serait rigoureusement égale à celle du segment AB.



Calcul de la tangente de l'angle α.
La distance parcourue en 0,5 s par la Lune peut être calculée à partir de la période sidérale et du rayon de l'orbite : en 27,32 jours elle parcourt $2\pi d_{TL}$; en 0,5 s elle parcourt AB, donc :
$AB = (2\pi d_{TL} \times 0,5) / (27,32 \times 86400)$.
D'où, $\tan \alpha = AB / TA = \pi d_{TL} / (27,32 \times 86400 \times d_{TL})$
$= \pi / (27,32 \times 86400)$.
Cette valeur est très petite : $1,33 \times 10^{-6}$ radians ; dans ce cas $\tan \alpha = \alpha$ (en radians). Donc $\alpha = 1,33 \times 10^{-6}$ radians.

Calcul de la valeur de l'angle α' en radians.
L'angle π radians intercepte un arc de longueur πd_{TL} et l'angle α' intercepte un arc de longueur AB.
$AB = \pi d_{TL} / (27,32 \times 86400)$ donc $a' = \pi / (27,32 \times 86400)$
le calcul donne $\alpha' = 1,33 \times 10^{-6}$ radians donc $\alpha = \alpha'$
Il est donc tout à fait correct d'admettre que l'arc AC et le segment AB ont même longueur.

3 - L'effet de l'attraction de la Terre sur la Lune est donc de faire tomber la Lune de B en C. On peut calculer cette distance BC.
En effet $BC = BT - CT$ avec $CT = d_{TL}$ et dans le triangle TAB, rectangle en A : $BT^2 = AB^2 + AT^2$
La valeur trouvée est $BC = 3,4 \times 10^{-4}$ m soit 0,34 mm.

Donc d'après Newton, si on place une bille à la distance de la Lune, elle serait attirée par la Terre et tomberait en 0,5 s d'une distance BC = 0,34 mm, en faisant l'hypothèse que le mouvement est indépendant de la masse de l'objet.
Les élèves pensent souvent aux mouvements pour lesquels les forces de frottement dans l'air ne sont pas négligeables devant le poids de l'objet et ils ont donc du mal à accepter cette hypothèse. Il suffit de leur demander alors qui arrivera le premier au sol d'un stylo ou d'une feuille de papier s'ils sont lâchés sans vitesse initiale, de la même hauteur et au même instant ? La plupart répondent le stylo. Et à la question pourquoi ? , ils répondent car il est plus lourd ou sa masse est plus grande. Vérifier expérimentalement. Refaire l'expérience deux fois, trois fois, (ils ont raison), puis sans

rien dire, froisser la feuille et refaire l'expérience pour constater que les objets tombent pratiquement ensemble. Évidemment ceci n'est pas une démonstration, mais ils verront ceci en classe de première, en attendant c'est une première approche.

4 - Mais que se passerait-il si la bille était placée à la surface de la Terre c'est à dire 60 fois plus près puisque $d_{TL} \sim 60$ RT ?
La gravitation dépendant de l'inverse du carré de la distance, on s'attend donc à avoir au niveau de la Terre une distance égale à $60^2 \times$ BC soit 1224 mm.

5 - Vérification expérimentale.
Si Newton a raison et si l'hypothèse de dire que le mouvement ne dépend pas de la masse de l'objet, sur Terre, une bille devrait tomber d'environ 1,22 m en 0,5 s à condition qu'elle ne soit pas soumise à d'autres forces. Il est possible là de discuter avec les élèves de l'influence des forces de frottement dans l'air et donc du choix de la bille (diamètre, masse donc matière).
Il suffit alors d'utiliser un dispositif avec deux capteurs pour mesurer le temps mis par une bille pour parcourir 1,22 m. Il vaut mieux commencer à placer le second capteur à 1m-1,1m, puis autour de 1,35 m pour enfin le placer à 1,2 m. Les résultats sont très convenables et vérifient les hypothèses faites.

* Quand on fait l'hypothèse de la disparition brutale de la Terre, engendrant un mouvement rectiligne et uniforme pour la Lune, il faut également travailler en l'absence du Soleil. En effet l'attraction du Soleil sur la Lune est plus de 2 fois plus grande que celle de la Terre. Par comparaison la force exercée par le Soleil sur Europe est 12 fois plus faible que celle exercée par Jupiter sur son satellite.

C'est pour cela que l'ensemble Terre-Lune se comporte davantage comme une planète double que comme une planète avec son satellite. Ainsi dans un repère héliocentrique, l'orbite de la Lune présente toujours la même concavité vers le Soleil, c'est un cercle un peu "cabossé".

Gravitation

I - Historique.

En 1687, dans Philosophia naturalis principia mathematica, Newton publie la loi de la gravitation universelle et explique que les forces qui régissent le mouvement des astres sont de même nature que celles qui attirent des corps vers le sol.
Peut-on le vérifier ?

II - Données.

Supposons que la Lune se déplace autour de la Terre sur un cercle de rayon d_{TL} (distance Terre-Lune) et que sa vitesse conserve une valeur constante.
On donne :
masse de la Lune : $M_L = 7,38 \times 10^{22}$ kg
masse de la Terre : $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg
période de révolution sidérale de la Lune :T = 27,32 jours
distance Terre-Lune : $d_{TL} = 60\ R_T = 3,844 \times 10^5$ km
rayon de la Terre : $R_T = 6,38 \times 10^3$ km

III - Travail à faire.

1. Ouvrir le fichier "Excel".

2. Sur le schéma représenter le sens de la vitesse de la Lune quand elle passe en A.

3. Supposons que la Terre disparaisse quand la Lune passe en A. Quel type de mouvement aurait alors la Lune dans un référentiel géocentrique ? Pourquoi ?
Quelle serait alors sa trajectoire ? La représenter en pointillés.

4. Sur ces pointillés, placer le point B (point que la Lune atteindrait en 0,5 s).

5. Calculer la distance AB.
Aide :Quelle est la distance parcourue en 27,32 j = s ?

6. Si la Terre reste présente en T, est-ce que la Lune sera en B en 0,5 s ? Pourquoi ?

7. Quelle serait sa position ? Noter par C ce point.

8. Finalement on peut dire que la Terre fait tomber la Lune de B à C.
Calculer la distance de chute BC. Pour cela utiliser le fichier du tableur Excel

Le travail fait nous permet-il d'affirmer qu'à la distance de la Lune, la Terre fait tomber un objet de la distance BC en 0,5 s ?

9. Tomberait-il de la même distance en 0,5 s à la surface de la Terre donc à la distance R_T du centre de la Terre ? Pourquoi ?

10. Calculer la distance de chute à la surface de la Terre en 0,5 s.

11. Peut-on vérifier expérimentalement ce résultat ? Si oui, comment ?

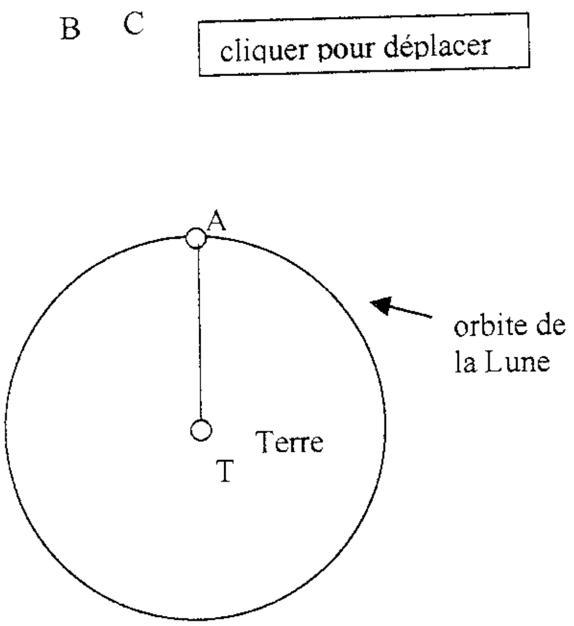
document élève (Excel)

nom : classe :

Chute de la lune

Données :
période de révolution sidérale de la Lune T = 27,32 j
rayon de la Terre : R_T = 6378 km
distance Terre-Lune d_{TL} = 60 × R_T

Hypothèses :
On suppose que :
la Lune se déplace , dans le sens direct, autour de la Terre sur un cercle de rayon d_{TL}
sur le schéma, la Terre est immobile



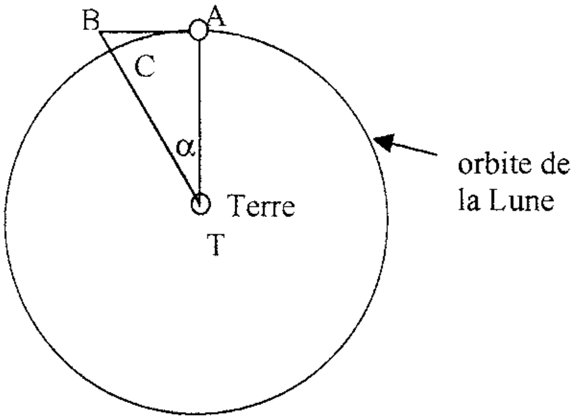
Période révol. Lune T		
rayon de la Terre (m) R_T		
Circonf. orbite Lune (m) L		
distance Terre-Lune (m) d_{TL}		
distance AB (m) AB		
distance TB au carré (m^2) TB^2		Somme, carrés
distance TB (m) TB		racine
distance BC (m) BC		5 décimales

document professeur

Chute de la lune

Données :
période de révolution sidérale de la Lune T = 27,32j
rayon de la Terre : R_T = 6378 km
distance Terre-Lune d_{TL} = 60 × R_T

Hypothèses :
On suppose que :
la Lune se déplace , dans le sens direct, autour de la Terre sur un cercle de rayon d_{TL}
sur le schéma, la Terre est immobile



Période révolut. Lune (s) T	2360448	=(27.32*24*86400)
rayon de la Terre (m) R_T	6378000	
Circonf. orbite Lune (m) L	2403230400	= (B31*2*3,14*60)
distance Terre-Lune (m) d_{TL}	382680000,00000	= (B31*60)
distance AB (m) AB	509,0623475	= (B32 /B30/2)
distance TB au carré (m2) TB^2	1,46444E+17	SOMME.CARRÉS (B32 :B34)
distance TB (m) TB	382680000,00034	= RACINE(B35)
distance BC (m) BC	0,00034	=B36-B33
tan α	1,33025595141E-06	=(B34/B33)
α (rad)	1,33025595141E-06	=(ATAN(B39))
AC (on supposant C sur TB)	509,06234748628	=(B32*B40/6.28)
AD (déplacement en 0,5s sur l'orbite.)	509,06234748658	=(6.28*0.5*B33/B30)
erreur	5,89692E-13	=((B43-B42)/B43)