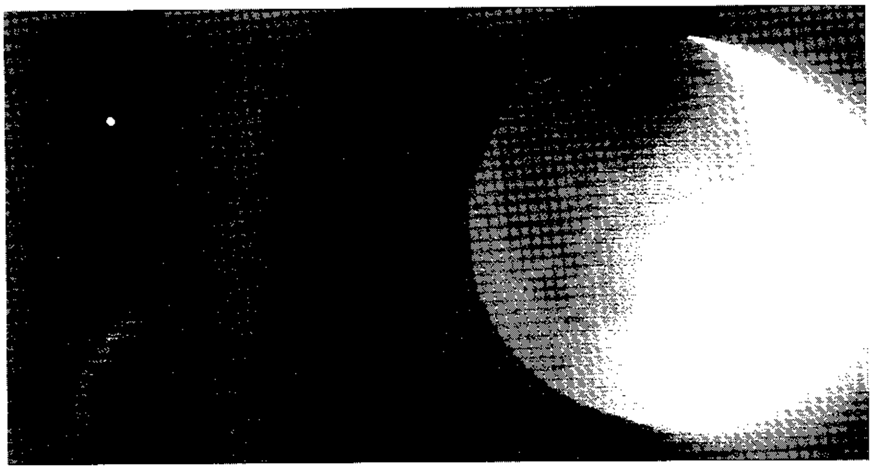
Calcul de la distance de la Lune

par une mesure de parallaxe

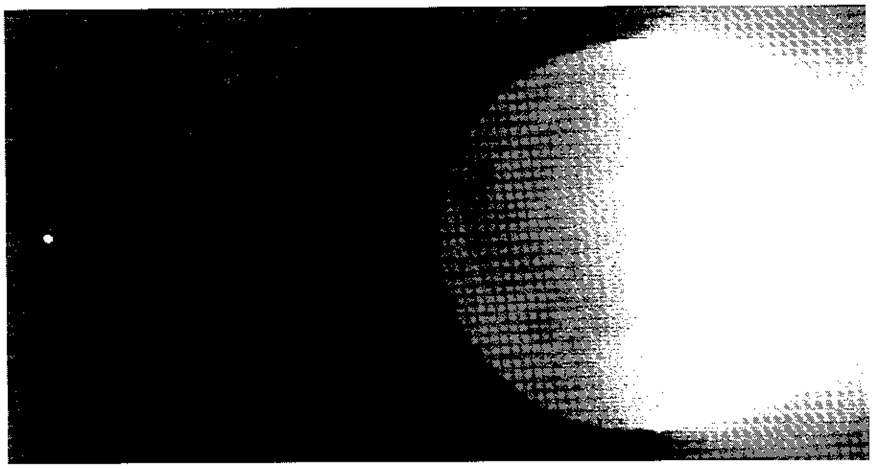
Pierre Causeret

Dans le dernier numéro, vous avez pu voir deux photos de la Lune avec Mars prises le même jour à la même heure depuis deux villes éloignées. Il fallait en déduire la distance de la Lune. Le calcul est un peu long et nécessite plusieurs pages des Cahiers Clairaut.

Un groupe d'élèves de quatrième du collège d'Echenon (21) a travaillé sur le problème dans le cadre d'un parcours diversifié. Le niveau mathématique n'est pas très compliqué mais il faut prévoir pas mal de temps pour comprendre et arriver au résultat. Ils ont d'ailleurs dû être aidés. Le niveau lycée est plus approprié.



Lorgues le 12/12/1999 à 18hTU



Esbarres le 12/12/1999 à 18hTU

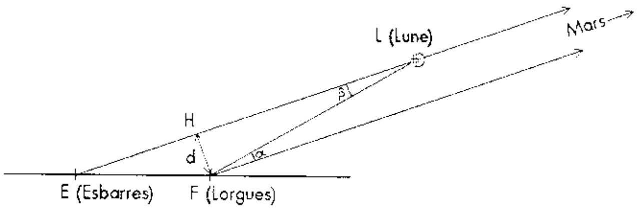
Rappel des données :

Ces deux photos ont été prises le 12 décembre 1999 à 18h TU, la première depuis Lorgues dans le Var et la deuxième depuis Esbarres en Côte d'Or.
La planète Mars est visible à gauche sur la photo.

Coordonnées de Lorgues : 6,32° Est ; 43,48° Nord
Coordonnées d'Esbarres : 5,22° Est ; 47,10° Nord
A 18h TU (au moment de la photo) à Esbarres :
Hauteur de la Lune : 15°
Azimut : 40° (à l'ouest du sud)
Diamètre apparent de la Lune : 0,5°

Le principe :

Si vous placez votre pouce devant vous, bras tendu, et que vous l'observez avec l'oeil droit puis l'oeil gauche, vous le verrez se déplacer par rapport aux objets plus lointains. C'est le principe de la vision en relief. En remplaçant le pouce par la Lune et en prenant Mars comme objet lointain, on retrouve la situation du problème ci-dessus et on comprend pourquoi les positions respectives de Mars et de la Lune ont changé d'une photo à l'autre.



Sur le schéma, on a placé Esbarres, la Lune et Mars parfaitement alignés pour simplifier, mais ce n'est pas obligatoire. Ce qui nous intéresse, c'est le déplacement de la Lune par rapport au fond du ciel lorsque l'on passe de E à F. La planète Mars est supposée très lointaine et indique la position du fond.

Si l'on veut passer au quantitatif et calculer la distance de la Lune, que faut-il connaître ? la distance d, que l'on peut définir comme la distance du point F à la droite (EL), ainsi que l'angle α qui est égal à β si l'on suppose Mars à l'infini (ce jour-là, la planète Mars était à 260 millions de km soit 650 fois la distance de la Lune).
Étant donné le matériel utilisé et la faible distance de la base, on peut espérer trouver un bon ordre de grandeur et non une valeur précise. On pourra donc utiliser des méthodes approximatives.

Mesure de d

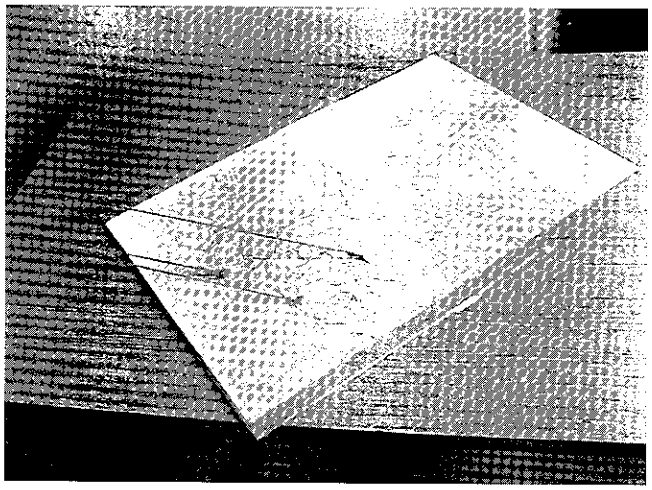
Coordonnées de Lorgues : 6,32° Est ; 43,48° Nord. Coordonnées d'Esbarres : 5,22° Est ; 47,10° Nord
Hauteur de la Lune : 15° Azimut : 40°

Ces données doivent permettre de calculer d. Pour simplifier, on peut considérer que la Terre est plate d'Esbarres à Lorgues, ce qui n'introduit pas une erreur énorme.

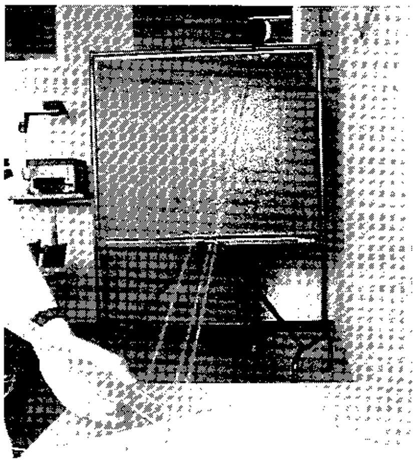
Première méthode (niveau collège)

Le plus simple est de réaliser une petite maquette permettant de mesurer directement la distance cherchée. C'est la méthode que mes élèves de quatrième ont utilisé.

Sur une carte de France sur laquelle était notés quelques parallèles et méridiens, ils ont positionné Esbarres et Lorgues grâce à leurs coordonnées.



Ils ont ensuite placé la Lune avec un azimut de 40° et une hauteur de 15°. Il a suffi alors de mesurer la distance d.



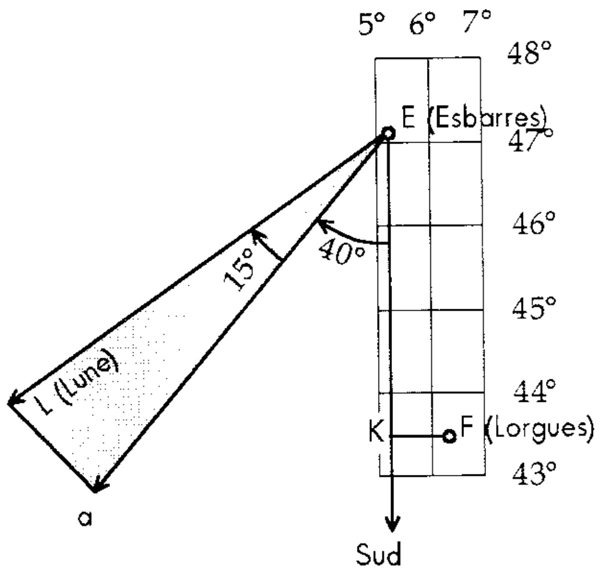
La simple manipulation des échelles et des proportions n'a pas toujours été facile pour eux.
Ce groupe d'élèves a trouvé 290 km (valeur un peu faible comme on le verra plus loin).

On peut marquer sur les photos trois lieux et trois brins de laine car nous avons aussi utilisé une photo prise depuis Tarrega à proximité de Barcelone. Malheureusement, la distance d obtenue entre Tarrega et Esbarres ou entre Tarrega et Lorgues est presque deux fois plus faible étant donnée la position de la Lune ce soir-là, ce qui fait perdre beaucoup de précision.

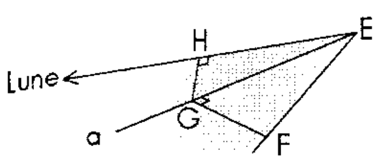
Vous pouvez refaire simplement la mesure de d à partir de ce plan simplifié (avec des méridiens parallèles) tracé à l'échelle 1/10 000 000.

On découpe les deux côtés épais de la partie grisée, on plie suivant [Ea] et on obtient la direction de la Lune observée depuis Esbarres. Il suffit ensuite de mesurer la distance d de F à (EL).

On obtient environ 320 km.



Deuxième méthode (niveau lycée)



On suppose toujours la Terre plate au moins dans la région qui nous intéresse mais on fait des calculs au lieu de mesurer.

On part de la même maquette que ci dessus sur laquelle on a rajouté G, le projeté orthogonal de F sur (Ea) et H le projeté orthogonal de G sur (EL). Une fois la maquette pliée, le plan horizontal (EFG) est perpendiculaire au plan vertical (EHG).

(GF) est perpendiculaire au plan (EGH) donc à (EH).
La droite (EH) est perpendiculaire à (GF) et à (GH) (donnée), elle est donc perpendiculaire au plan GFH et donc à (HF). Le triangle EFH est alors rectangle en H (on retrouve le théorème des trois perpendiculaires).

Calculs (voir figures ci-contre) :

On prend 111 km par degré de latitude (40 000 km / 360) et 78 km par degré de longitude (111 cos 45°), ce qui est une moyenne (la mesure d'un degré de longitude est plus grande à l'équateur que vers les pôles).

On peut calculer EF avec le théorème de Pythagore dans EKF (411 km), puis déterminer KEF (12°), FEG (40° + 12° = 52°), EG (EF cosFEG soit environ 253 km), EH (EG cos GEHsoit environ 244 km) et enfin HF avec le théorème de Pythagore dans HEF.
On trouve environ 330 km.

Troisième méthode

Il est possible de faire ces calculs en tenant compte de la sphéricité de la Terre mais je n'en ai pas eu le courage. On doit trouver une valeur proche des précédentes, ce que vous pouvez vérifier si vous en avez le loisir.

Mesure de α.

Observée depuis Esbarres puis Lorgues, on voit la Lune se déplacer par rapport à Mars. On peut tout aussi bien dire que Mars se déplace par rapport à la Lune.

Pour vérifier ce déplacement, il suffit de superposer les deux photos. Mais il n'est pas évident d'orienter la Lune. Heureusement, quelques détails sont visibles sur le côté de la Lune dans la nuit. J'ai marqué d'une croix le cratère Grimaldi, sorte de cuvette sombre de 200 km de diamètre puis j'ai détouré grâce à un logiciel de dessin.

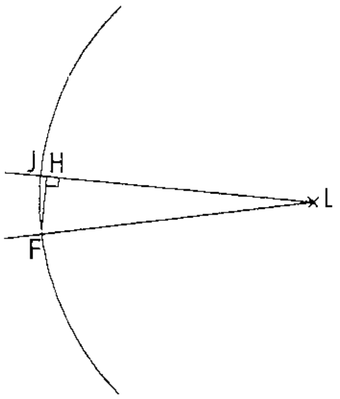
On peut décalquer la première photo et poser le calque sur la deuxième photo en essayant de faire coïncider le mieux possible la Lune et Grimaldi. On s'aperçoit alors que Mars s'est déplacé d'environ 5 mm. On sait que le diamètre apparent de la Lune est 0,5°, ce qui correspond à 5 cm sur le dessin. Nos 5 mm de déplacement correspondent donc à 0,05°.

La distance de la Lune

On effectue les calculs avec d = 330 km et α = 0,05°.

Première méthode (niveau collège et sans trigo).

On trace le cercle de centre L passant par F. Il coupe (LH) en J.



La longueur de l'arc FJ est très proche de celle du segment [FH].
0,05° correspond à un arc FJ de 330 km
360° correspond au cercle complet :
(360 / 0,05) x 330 = 2 376 000 km environ.
On trouve ensuite le rayon du cercle :
2 376 000 / 2π = 380 000 km

Deuxième méthode.

Avec le sinus de l'angle FLH, on trouve le même résultat.

Troisième méthode (analogue à la première).

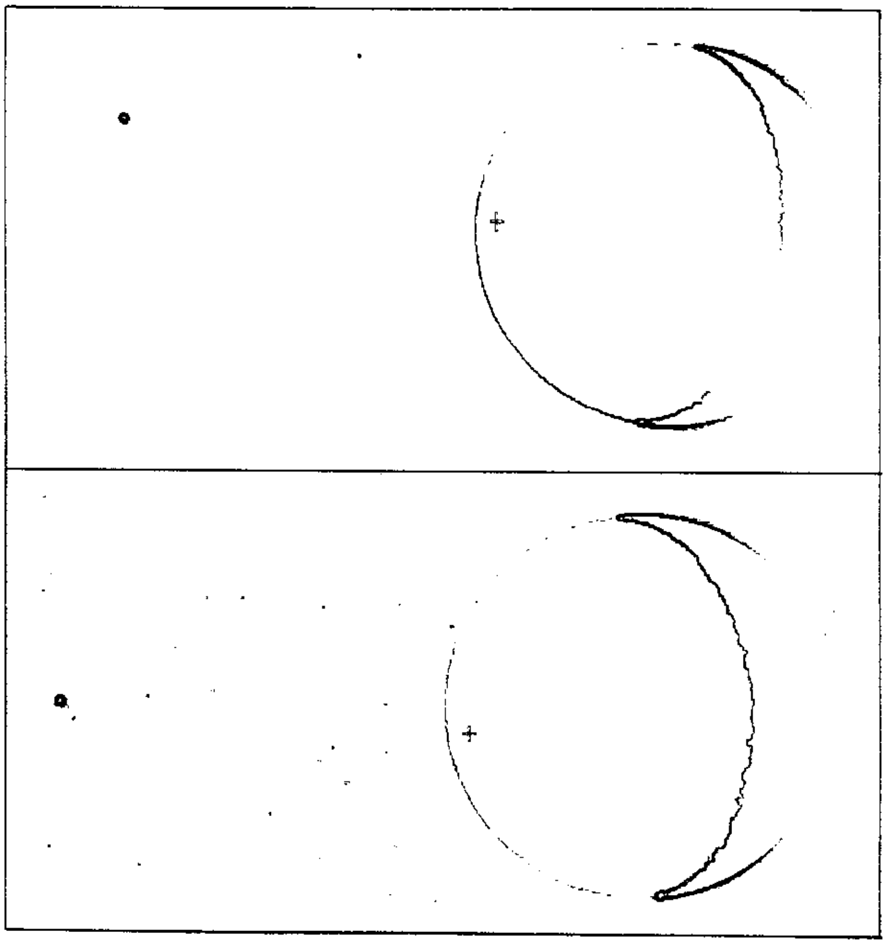
On transforme l'angle en radians et l'on a ensuite directement FL

Conclusion

Les éphémérides donnaient comme distance de la Lune 400 000 km le 12 décembre. Mon groupe d'élèves avait trouvé 364 000 km. Mes premiers calculs m'avaient donné 440 000 km et l'on trouve ici 380 000 km. Tout cela n'est pas si mal.

On peut supposer que la mesure du déplacement de Mars sur la photo est compris entre 4 et 6 mm (donc α compris entre 0,04 et 0,06°) et que d est compris entre 300 et 350 km. Ce qui donne la distance de la Lune comprise entre 286 000 et 500 000 km.

Deux photos réalisées à quelques centaines de km de distance avec des télescopes d'amateurs permettent de trouver la distance de la Lune avec un bon ordre de grandeur.



■