Une formation en deux ans en S

Gérard Frizet

Gérard Frizet, professeur de math à Dreux, nous présente un travail effectué sur deux ans avec des élèves scientifiques. L'expérience commencée en 1ère S en collaboration avec un deuxième professeur de math., Samuel Gaultier a pu être poursuivie en Term. S l'année suivante.

Nous avons choisi d'exposer ici le TP "centre de masse et barycentre" en 1ère S et un problème posé en Term. S sur l'éclipse de Soleil du 11 août. La solution sera donnée dans le CC 93.

Progression en première S
(1998-1999)

Exercices de sensibilisation (petits angles, système solaire, constellations).

TP sur les barycentres (Lune-Terre ; Lune-Terre-Soleil ; Soleil-Jupiter).

Travail en groupes sur les planétaires (en trois fois) ; partage selon les choix (Terre et Mars ; Terre et Vénus).

Constitution pour chaque élève d'un dossier final examiné et noté par une personne extérieure à la classe.

Information sur les éclipses.

Progression en terminale S
(1999-2000)

Octobre : thème d'étude sur l'éclipse du Soleil du 11 août proposé à deux classes de terminale S.

Novembre : installation de l'exposition réalisée par la S.A.F. et achetée par le C.N.D.P.de Tours ; cette exposition ayant été très demandée avant l'éclipse du 11 août n'a pu être réservée qu'à ce moment. Prise en charge par quelques élèves de cette classe de l'animation de cette exposition et montage d'un questionnaire à l'intention des visiteurs.

Mars : questionnaire posé par le professeur de physique.

Malgré la pression psychologique exercée par la préparation au bac S, les élèves étaient motivés par certains travaux à condition de leur donner une ampleur "raisonnable" et de les monter dans l'esprit des programmes de math. et de physique.

TP sur les barycentres (1ère S)

Quelques rappels sur les barycentres.
(cours de math.).

1- <u>Barycentre de deux points pondérés.</u>

Soient a et b deux réels de somme non nulle.
G est le barycentre de (A ; a) et (B ; b) signifie que :

(1) $a\,\overrightarrow{GA} + b\,\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$

Ce qui équivaut aussi à : pour tout point M de l'espace,

(2) $a\,\overrightarrow{MA} + b\,\overrightarrow{MB} = (a+b)\,\overrightarrow{MG}$

En remplaçant M par A dans la relation (2) on obtient :

(3) $\overrightarrow{AG} = \dfrac{b}{a+b}\,\overrightarrow{AB}$

Rq. : si a et b sont de même signe, alors :

$\frac{b}{a+b} \in]0;1[$ et donc G appartient à]A B[.

Si G est barycentre de (A ; a) et (B ; b) alors G est aussi barycentre de (A ; ka) et (B ; kb) avec k réel non nul.

2 - Barycentre de trois points pondérés.

On définit de même le barycentre de trois points (A ; a) (B ; b) et (C ; c) (avec a,b,c de somme non nulle).

Théorème du barycentre partiel :

Si G est le barycentre de (A ; a) (B ; b) et (C ; c) et si la somme a + b est non nulle, alors G est barycentre de (A ; a) et (I ; a + b) où I est le barycentre de (A ; a) et (B ; b).

Barycentre et centre de masse
(cours de physique)

P1 : le centre de masse d'un système de solides est le barycentre des centres de masse de ses parties, chaque centre de masse partiel étant affecté d'un coefficient égal à la masse de la partie qu'il représente.

P2 : le centre de masse d'un solide coïncide avec son centre d'inertie.

P3 : le centre de masse d'une boule est le centre de la boule.

Exercice

On donne les informations suivantes sur le Soleil, la Terre et la Lune :

Masses en kg :
$m_S = 2,0 \times 10^{30}$; $m_T = 6,0 \times 10^{24}$; $m_L = 7,3 \times 10^{22}$.
Rayons en m :
$R_S = 7,0 \times 10^{8}$; $R_T = 6,4 \times 10^{6}$; $R_L = 1,7 \times 10^{6}$.
Distance Terre-Soleil : $1,5 \times 10^{11}$ m
Distance Terre-Lune : $3,8 \times 10^{8}$ m.

1 - Situer de façon précise le centre de masse du système Terre-Lune : c'est le point qui décrit une ellipse autour du Soleil.
On fera une figure à l'échelle en prenant 2 cm (ou 4 cm) pour le diamètre de la Terre.

2 - Le centre de masse du système Terre-Lune-Soleil est-il à l'intérieur du Soleil ?

3 - Chercher la masse et le rayon de Jupiter. Quelle est la distance Jupiter-Soleil ?
Le centre de masse Jupiter-Soleil est-il à l'intérieur du Soleil ?

Le système Terre-Lune

On note T le centre de la Terre, L celui de la Lune et G le centre de masse du système Terre-Lune.

G est le barycentre des points pondérés (T ; m_T) et (L ; m_L)
m_T est la masse de la Terre : $m_T = 6,0 \times 10^{24}$ kg
m_L est la masse de la Lune : $m_L = 7,3 \times 10^{22}$ kg
En multipliant les coefficients par 10^{-22} on en déduit que G est le barycentre des points (T ; 600) et (L ; 7,3).

Construction de G.

$\overrightarrow{TG} = \frac{7,3}{600+7,3}\overrightarrow{TL}$ donc $\overrightarrow{TG} = 0,012\,\overrightarrow{TL}$

G est situé à l'intérieur du segment]TL[, on a donc pour les distances : TG = 0,12 TL.

Position de G par rapport au centre de la Terre.

En prenant TL = 380 000 km on obtient TG = 4560 km et en notant R le rayon de la Terre (R = 6 400 km)on a :

$\frac{TG}{R} \approx 0,71$

Le centre de masse du système Terre -Lune est donc situé à l'intérieur de la Terre à une distance d'environ 2/3 du centre de la Terre.

Représentation

En choisissant 2 cm pour représenter le rayon de la Terre, on obtient TL = 118,75 cm soit 1,19 m environ.

Le système Terre-Lune-Soleil

T, L, et S sont les centres respectifs de la Terre, de la Lune et du Soleil.
m_T, m_L, m_S sont les masses respectives de ces trois astres.
C est le centre de masse du système Terre-Lune-Soleil.
C est le barycentre des points pondérés (T ; m_T), (L ; m_L) et (S ; m_S).
On multiplie les coefficients par 10^{-22}. C est donc le barycentre de (T ; 600), (L ; 7,3), (S ; 2×10^{8})

Construction de C.

On remplace les deux premiers points par leur barycentre partiel affecté de la somme de leurs coefficients : 607,3.
G est le centre de masse du système Terre-Lune. C est le barycentre des points massifs (G ; 607,3) et (S ; 2×10^{8}).
Donc C est un point du segment]GS[.

Position de C par rapport au centre du Soleil.

Compte- tenu des résultats obtenus pour le système Terre-

Lune à savoir $\frac{0,71 \times R}{TS} \approx 3 \times 10^{-5}$ à comparer avec la précision (10^{-2}) des distances données, on peut prendre pour valeur approchée de SG la valeur de ST soit $1,5 \times 10^8$ km.

Par (3) on obtient : $\overrightarrow{SC} = \frac{607,3}{2 \times 10^8 + 607,3}\overrightarrow{SG}$

donc métriquement : 607,3 SG = (2×10^8 + 607,3) SC.
La distance SC est donc égale à 456 km environ.
Le Soleil a pour rayon $R_S = 7 \times 10^5$ km. On a donc
SC = 6, 51 $\times 10^{-4}$ R_S environ.

Le centre de masse du système Terre-Lune est donc très proche du centre du Soleil.

Le système Soleil-Jupiter

On note J le centre de Jupiter, S le centre du Soleil et C' le centre de masse Soleil -Jupiter.

Construction de C'.

C' est le barycentre des points pondérés (S ; m_S) et (J ; m_J)

donc : $\overrightarrow{SC'} = \frac{m_J}{m_S + m_J}\overrightarrow{SJ} = \frac{\frac{m_J}{m_S}}{\frac{m_J}{m_S}+1}\overrightarrow{SJ}$

Or $\frac{m_J}{m_S} = \frac{1}{1048} \approx 10^{-3}$

D'où métriquement : $SC' = \frac{\frac{1}{1048}}{\frac{1}{1048}+1}SJ$

Or SJ = 7, 7797 $\times 10^8$ km (distance moyenne de Jupiter au Soleil). On obtient dons SC' = 7, 4163 $\times 10^5$ km.

Comparaison avec le rayon du Soleil.

Le rayon du Soleil est 700 000 km et SC' = 741 000 km environ.
Donc Jupiter est si massif que le centre de masse C du système Soleil-Jupiter se trouve en dehors du Soleil.

Note :

Les questions qui ont suivi ce travail ont permis d'aborder la théorie de la gravitation, d'expliquer le principe des systèmes doubles, de Pluton et Charon, de comprendre comment, à partir de l'observation des mouvements périodiques d'un corps on peut déterminer la présence d'autres corps ou satellites invisibles.

TP en terminale S
"L'éclipse du Soleil du 11 août 1999"

Introduction.

Le 11 août 1999, certaines revues annonçaient que la grandeur de l'éclipse de Soleil dans la région de Nice était, à son maximum, de 80 % (ou 0,8). On suppose que ce jour là, le Soleil et la Lune sont vus sous un même diamètre apparent.

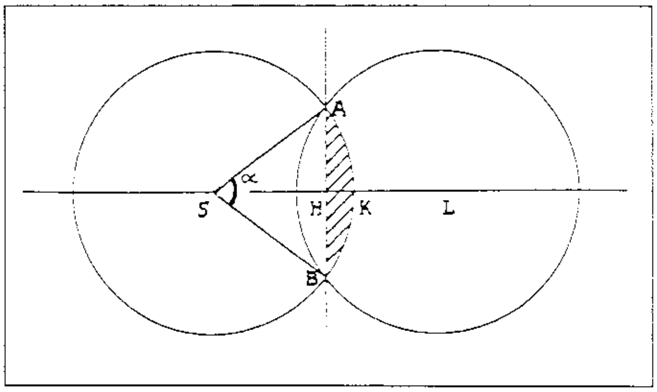
1 - Sauriez-vous dessiner ce qu'un observateur a vu depuis Nice au maximum de ce phénomène ?
2 - Dessinez les deux disques lorsque la grandeur de l'éclipse atteignait 50 %.

Problème étudié.

On s'intéresse au rapport μ pourcentage du disque solaire "recouvert" par la Lune. Le nombre 1 - μ est donc la fraction illuminée du disque solaire. Pour simplifier, on supposera que le déplacement apparent du disque lunaire est rectiligne et uniforme selon le ligne des centres.

Si on note R le rayon du disque solaire (et du disque lunaire) et s l'aire du domaine hachuré, on aura :

$\mu = \frac{2s}{\pi \times R^2}$ on a évidemment $0 \le \mu \le 1$



Partie A.

On veut réaliser le dessin de l'éclipse aux instants où : μ = 50 % ; μ = 80 % ; μ = 90 %. pour cela on souhaite trouver une mesure en degrés de l'angle ASB à 0, 5 degré près.

1 - Prouver que : $\mu = \frac{1}{\pi}(\alpha - \sin\alpha)$

où α est la mesure en degrés de l'angle ASB.

2 - On choisit μ = 0,5.

a) montrer que la recherche de α se ramène à la résolution dans]0 ; π[de l'équation (E) : x - sinx - π / 2 = 0.

b) On considère la fonction f de $[0 ; \pi]$ dans R définie par $f(x) = x - \sin x - \pi / 2$
Justifier que (E) a une solution unique α dans $]0 ; \pi[$ et trouver un encadrement de α à 10^{-3} près.

3 - On veut répéter la stratégie pour de nombreuses valeurs de μ.

a) Montrer que la recherche de α se ramène à la résolution dans $]0 ; \pi[$ de l'équation (F) : $x - \sin x - \pi.\mu = 0$.
En utilisant une fonction f_μ convenable, justifier que (F) a une solution unique α que l'on ne cherchera pas à expliciter.

b) Programmer f_μ et trouver une valeur approchées de α pour $\mu = 0,6$; $\mu = 0,8$; $\mu = 0,9$.

4 - Réaliser les dessins correspondants aux cas $\mu = 0,6$; $\mu = 0,8$; $\mu = 0,9$.

5 - On souhaite contrôler les réponses obtenues par calcul à l'aide d'une méthode graphique précise. On a l'équivalence suivante :

$$\begin{cases} x - \sin x - \pi \cdot \mu = 0 \\ 0 \le x \le \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = x - \pi \cdot \mu \\ 0 \le x \le \pi \end{cases}$$

Soit (C) la courbe représentant la fonction sinus dans le plan muni d'un repère orthogonal $\mathfrak{R} = (0, \vec{u}, \vec{v})$
Soit D_μ la droite d'équation $y = x - \mu.\pi$.

a) Sur papier millimétré tracer avec une grande précision le morceau de courbe (C) correspondant à $[0 ; \pi]$

Prendre 24 cm pour $\|\pi.\vec{u}\|$ et 15 cm pour $\|\vec{v}\|$

b) Lire sur le graphique une valeur approchée de α sous la forme $\frac{m\pi}{n}$ où m et n sont des entiers.

Contrôler ainsi les résultats du 2 - b) et du 3 - b).

Partie B.

Les astronomes appellent grandeur de l'éclipse, notée g, le rapport des distances :

$g = \frac{HK}{R}$ (cf. la figure de la page 3).

1 - Prouver que $g = 1 - \cos(\alpha / 2)$

2 - On rappelle que $\mu = (1 / \pi) . (\alpha - \sin \alpha)$.
Pour chaque valeur de g comprise entre 0 et 1 de 0,05 en 0,05 calculer la mesure en radians de l'angle ASB (à 10^{-3} près), la mesure en degrés de l'angle ASB (à 0,5° près) puis μ (à 10^{-3} près).

3 - Tracer la courbe (Γ) représentant la fonction ϕ de $[0 ; 1]$ dans $[0 ; 1]$ telle que $\phi(g) = \mu$.

Questionnaire élaboré par les élèves de TS à l'occasion de l'exposition consacrée au Soleil et à l'éclipse du 11 août.

Lune.
1 - Pourquoi parle-t-on d'anciennes mers sur la Lune alors que l'analyse de roches lunaires a démontré qu'il n'y a jamais eu d'eau à cet endroit ?
2 - Pourquoi les traces de pas laissées par les astronautes sur la Lune ne s'effaceront jamais ?

Planètes.
3 - Quels sont les différents types de planètes ? Dans quelle catégorie chaque planète se situe-t-elle ?
4 - Quels sont les différents mouvements des planètes (repère héliocentrique) ? Sont-ils les mêmes que ceux de la Terre ?

Lune
5 - A quelle phase de la Lune se produisent les éclipses de Soleil ? Quelle est alors la position de la Lune ?
6 - Quelle est la période du mouvement de révolution de la Lune autour de la Terre ? Conséquences ?
7 - Les mers "lunaires" sont-elles comparables aux mers terrestres ? Quel est le nom de la mer sur laquelle Armstrong et Aldrin ont marché le 21 juillet 1969 ?

Planètes.
8 - D'où vient le nom des planètes du système solaire ? Produisent-elles de la lumière ?
9 - Qu'appelle-t-on éclipse annulaire ? Explication du phénomène ?
10 - La Lune peut-elle éclipser les étoiles ? quel nom donne-t-on à ce phénomène ?
11 - Lors d'une éclipse de Soleil, quel est l'ordre de grandeur de la largeur de l'ombre à la surface de la Terre ?
500 km ? 4 800 km ? 15 000 km ?
Quelle est la vitesse du déplacement du cône d'ombre à la surface de la Terre ?
20 $km.h^{-1}$? 1 295 $km.h^{-1}$? 3 380 $km.h^{-1}$?
12 - Dans "le temple du Soleil", quel peuple vénère le Soleil ?
Quelle est la prochaine date où l'éclipse de Soleil sera vue totale depuis Paris ?

Soleil.
13 - Quelle est la différence entre facules et taches ?

Etoiles.
14 - Quels sont les facteurs intervenant sur la luminosité des étoiles ?
15 - L'étoile la plus proche de nous est Proxima Centauri. Elle est distante de la Terre d'environ 40 000 milliards de km.
Combien de temps sa lumière met-elle à nous parvenir ?
16 - Comment s'est formé le Soleil ?
17 - D'où provient la couleur rouge du Soleil ?

■