



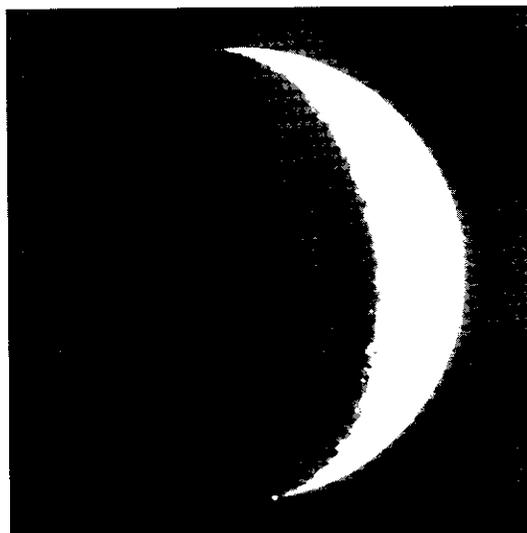
L'âge de la Lune

Pierre Causeret

Le problème :

A partir de cette photo de croissant , il s'agit de calculer l'âge de la Lune , c'est à dire le nombre de jours écoulés depuis la dernière Nouvelle Lune.

Question subsidiaire : quel pourcentage du disque lunaire est éclairé ici ?



Solution au problème du CC 90.

Dans le cadre ci-contre, le premier dessin représente la Lune vue de la Terre (cf. photo du CC 90) et le deuxième la Lune vue depuis le nord de l'écliptique. L'âge de la Lune nous est donné par l'angle LOT qui vaut 0° à la nouvelle Lune, 90° au Premier Quartier et 180° à la Pleine Lune. C'est d'ailleurs le supplémentaire de l'angle Soleil Lune Terre appelé angle de phase.

On mesure sur la photo le rayon de la Lune (30 mm), LH (11 à 12 mm) et on en déduit OH puis la mesure de TOH (51° à 53°).

Si on suppose que la Lune tourne à vitesse angulaire constante autour de la Terre avec une période de 29,53 jours (par rapport à l'axe Terre Soleil qui sert ici de référence pour les phases de la Lune), l'âge de la Lune est alors de : $29,53 \text{ j} \times 52^\circ / 360^\circ$ soit environ 4,3 jours.

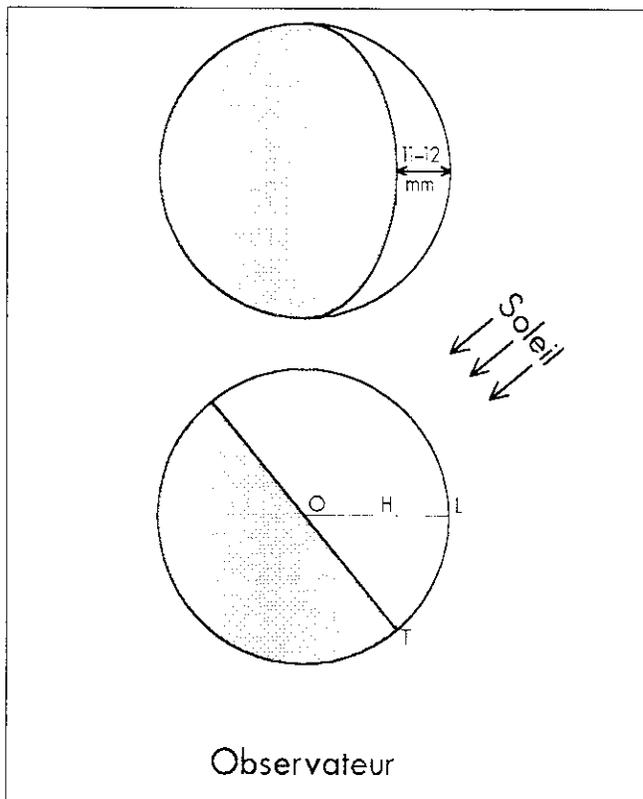
L'aire éclairée se calcule simplement puisque l'on passe de l'aire du demi cercle de droite à l'aire de la demi ellipse en multipliant par $18 / 30^1$. Le pourcentage de la partie éclairée est donc de : $100\% - (50\% + 0,6 \times 50\%) = 20\%$.

Vérification

Cette photo a été prise le 12 décembre 1999 à 18 h 30 TU, peu avant l'occultation de Mars par la Lune. On peut d'ailleurs apercevoir Mars à gauche du croissant sur la photo originale.

Pour le pourcentage du disque éclairé, le résultat de 20% est tout à fait correct. Mais nous ne recevons pas 20% de l'intensité lumineuse de la Pleine Lune mais seulement 2% ! En effet le km^2 de croissant nous apparaît beaucoup moins lumineux que le km^2 de Pleine Lune car la lumière est rasante.

Pour l'âge de la Lune, c'est moins bon. La Nouvelle



Lune avait eu lieu, d'après les éphémérides, le 7 à 22 h 30, ce qui donne une Lune de 4 j 20 h (4,83 j) pour la photo au lieu des 4,3 trouvés, soit une erreur de plus de 10%.

Pourquoi cette différence ? Parce que la Lune ne tourne pas à vitesse régulière. Du 7, jour de la Nouvelle Lune, au 12, jour de la photo, la Lune était située à une distance de la Terre comprise entre 402 000 et 406 600 km, supérieure d'environ 5% à la moyenne, l'apogée ayant eu lieu le 8.

Or, la deuxième loi de Kepler nous dit que les aires balayées par le "rayon vecteur" pendant des temps égaux sont égales. Si la Lune est plus éloignée de la Terre, sa vitesse sera plus faible et il lui faudra plus de temps que prévu pour parcourir ces 52° . Mais cette loi de Kepler n'explique que la moitié de l'erreur. En réalité, le mouvement de la Lune, attirée par deux corps la Terre et le Soleil, n'est pas képlérien. Il est extrêmement complexe et la dernière théorie (ELP 2000/82 du Bureau des Longitudes) utilise 37 000 termes !

Il est donc normal que la forme de la Lune ne donne qu'un âge très approximatif.

Note : on peut expliquer ce calcul en rappelant que, dans un repère orthonormé, on passe d'un cercle de rayon a à une ellipse de grand axe a et de petit axe b (figure ci-contre) en conservant les abscisses et en multipliant les ordonnées par b/a (affinité orthogonale de base l'axe des abscisses et de rapport b/a). L'aire de l'ellipse est alors égale au produit de l'aire du cercle par b/a . Dans notre exemple $a = 30 \text{ mm}$ et $b = 18 \text{ mm}$

