



AVEC NOS ÉLÈVES

L'éclipse du 11 août,

approche simplifiée de certaines valeurs

Philippe Malburet

Notre collègue Philippe Malburet, de Puyricard (Académie de Marseille), nous propose des exercices inspirés par l'éclipse du 11 août et expérimentés dans sa classe de Seconde.

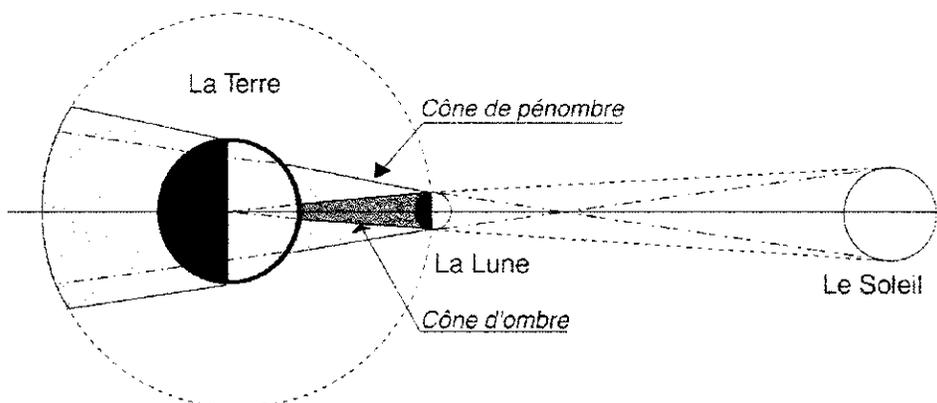
Son article complète celui de Daniel Toussaint (cf. CC 85) qu'il a lu avec beaucoup d'intérêt, après avoir préparé le sien. Il fait calculer en plus d'une valeur approchée e la vitesse de l'ombre¹, la dimension de la tache d'ombre².

1 - Conditions générales de l'éclipse.

On rappelle qu'une éclipse totale de Soleil se produit lorsque les centres du Soleil, de la Lune et de la Terre sont alignés (dans cet ordre). A ce moment, la face visible de la Lune n'est pas éclairée par le Soleil : la Lune est en phase de Nouvelle Lune. Sur le schéma ci-dessous, pour plus de clarté, les dimensions relatives (rapport des distances et rapport des longueurs) n'ont pas été respectées.

1 - En interprétant le schéma précédent, indiquer quelles sont les tangentes produisant le cône d'ombre et quelles sont celles qui produisent le cône de pénombre.

2 - Quel est celui de ces deux cônes qui produit à la surface de la Terre l'éclipse totale ?



Au cours de l'éclipse, le sommet du cône d'ombre vient aborder la surface de la Terre en un point qui marque le début de l'éclipse. Du fait de la rotation de la Terre sur son axe, le cône d'ombre balaie une petite partie de la surface de notre globe, jusqu'à un autre point qui marquera la fin de l'éclipse.

Données géographiques de l'éclipse du 11 août :

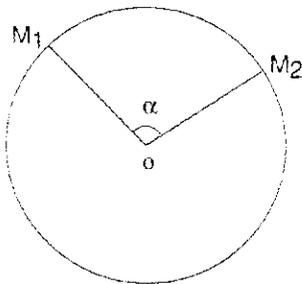
L'éclipse commence à 9 h 30 (au lieu de longitude $L = 65,08^\circ$ et de latitude $l = 41,03^\circ$) et se termine à 12 h 36 (au lieu de longitude $L = -80,43^\circ$ et de latitude $l = 19,62^\circ$).

Le début de la totalité a lieu à 10 h 20 min 02 s à Fécamp ($L = -0,375^\circ$ et $l = 49,7583^\circ$) et à 10 h 31 min 44 s à Haguenau ($L = -7,78^\circ$ et $l = 48,814^\circ$)

2 - Calcul de certaines quantités

a) Calcul de la distance séparant les lieux de début et de fin de l'éclipse.

On admettra qu'une formule de trigonométrie sphérique permet de calculer l'angle au centre défini par deux lieux dont on connaît les coordonnées géographiques.



Soient les deux lieux M_1 et M_2 de coordonnées géographiques respectives ($L_1 ; l_1$) pour M_1 et ($L_2 ; l_2$) pour M_2

L'angle au centre α est obtenu par :
 $\cos \alpha = \sin l_1 \sin l_2 + \cos l_1 \cos l_2 \cos (L_1 - L_2)$

3a - Calculer $\cos \alpha$, puis en déduire α .

3b - Sachant que la Terre a une circonférence de 40 000 km, en déduire la distance M_1M_2 dans le cas de l'éclipse du 11 août 1999. Ce calcul sera fait d'une part entre Fécamp et Haguenau, d'autre part entre les lieux de début et de fin de l'éclipse.

b) calcul de la vitesse moyenne du déplacement du cône d'ombre.

Dans cette suite de questions on se propose de donner deux évaluations de la vitesse moyenne du déplacement de l'ombre de la Lune à la surface de la Terre.

4a - Calculer la vitesse moyenne avec laquelle se déplace un point de l'équateur terrestre par rapport au Soleil que l'on suppose fixe).

4b - Calculer la vitesse moyenne de l'ombre entre Fécamp et Haguenau.

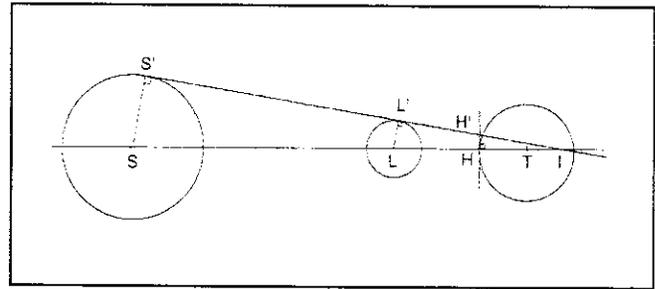
4c - Calculer la vitesse moyenne de l'ombre entre le début et la fin de l'éclipse.

4d - Que peut-on en déduire en ce qui concerne les vitesses relatives apparentes du Soleil et de la Lune ?

4e - Comment peut-on justifier que la vitesse calculée sur tout le parcours de l'ombre soit plus élevée que celle calculée entre Fécamp et Haguenau ?

c) Calcul d'une valeur approchée du diamètre de l'ombre.

Ce calcul se fera à partir du schéma ci-dessous :



S est le centre du Soleil, L est le centre de la Lune, T est le centre de la Terre, I est le sommet du cône d'ombre produit par la Lune, H est le centre de la tache d'ombre.

On a supposé en outre que l'on assimile la surface de la Terre en lequel est faite l'observation à son plan tangent ((HH') est l'intersection de ce plan avec le plan de la figure).

Les données numériques pour faire cette évaluation du diamètre de l'ombre sont les suivantes :

- rayon de la Lune : 1738 km, rayon de la Terre : 6378 km,
- rayon du Soleil : 695 200 km,
- distance du centre de la Terre à celui du Soleil (le 11 août 1999) : 151 641 377 km
- distance du centre de la Terre à celui de la Lune (le 11 août 1999) : 373 455 km

On fera la convention que les distances HI et H'I sont quasiment les mêmes (ceci se justifie eu égard à la très faible valeur de l'angle sous lequel est vu le Soleil depuis la Terre).

5 - Pour calculer le diamètre de l'ombre on cherchera successivement :

- a -** la distance entre les centres de la Lune et du Soleil ,
- b -** la distance entre la Lune et le sommet du cône d'ombre,
- c -** la distance du centre de la Terre au sommet du cône d'ombre,
- d -** la distance de l'observateur au sommet du cône d'ombre,
- e -** on en déduira enfin le diamètre cherché de l'ombre de la Lune.

Notes de l'auteur

1- La raison pour laquelle je trouve une valeur plus proche des 2850 km / h que celle trouvée par Daniel Toussaint est que je donne une meilleure valeur de la distance entre Cherbourg et Strasbourg. La vieille formule du cosinus de trigonométrie sphérique donne une distance de meilleure qualité, me semble-t-il, que la distance donnée par un atlas.

2 - Le site internet du Bureau des longitudes est une véritable mine de renseignements de qualité pour réaliser un tel travail (par exemple pour connaître les distances de la Terre au Soleil ou à la Lune à une date donnée, sans compter bien sûr les nombreux schémas).

DONNÉES ET CALCULS

Générale		Heure (TU)	Longitude (°)	latitude(°)	Longit. (rad)	latitude (rad)
	<i>début</i>	9,5	65,07833	41,02833	1,13583113	0,716079445
	<i>fin</i>	12,6	- 80,43333	19,62666	- 1,403826437	0,342549838
	durée	3,1				
	séparation angulaire (°)	111,4				
	distance (km)	12379,9				
	vitesse moyenne (km /h)	4019,4				
	vitesse moyenne (m/s)	1116,5				
Atlantique	<i>début</i>	9,5	65,07833	41,02833	1,13583113	0,716079445
	<i>fin</i>	10,4	-3,64833	49,50333	- 0,06367537	0,863996099
	durée	0,9				
	séparation angulaire (°)	47,4				
	distance (km)	5266,2				
	vitesse moyenne (km /h)	5747				
	vitesse moyenne (m/s)	1595,8				
France	<i>Fécamp</i>	10,33	- 0,375	49,758333	- 0,006544985	0,868446741
	<i>Haguenau</i>	10,53	- 7,88888	48,814444	- 0,135941741	0,85197277
	durée	0,2				
	séparation angulaire (°)	4,9				
	distance (km)	547,2				
	vitesse moyenne (km /h)	2806,3				
	vitesse moyenne (m/s)	779,5				
France	<i>Cherbourg</i>	10,28	1,623333	49,643055	0,028332506	0,86643476
	<i>Strasbourg</i>	10,53	- 7,751944	48,582777	- 0,135296946	0,847929418
	durée	0,24				
	séparation angulaire (°)	6,2				
	distance (km)	691,5				
	vitesse moyenne (km /h)	2828,8				
	vitesse moyenne (m/s)	785,8				
Roumanie	<i>Timisoara</i>	10,95	- 21,25	45,75	- 0,370882466	0,798488133
	<i>Calasari</i>	11,16	- 27,316666	44,2	- 0,476765762	0,771435529
	durée	0,21				
	séparation angulaire (°)	4,6				
	distance (km)	506,8				
	vitesse moyenne (km /h)	2440,6				
	vitesse moyenne (m/s)	678				
Inde	<i>début</i>	12,5	- 70,82	23,171666	- 1,236042176	0,404421865
	<i>fin</i>	12,6	- 80,433333	19,626666	- 1,403826489	0,342549943
	durée	0,1				
	séparation angulaire (°)	9,6				
	distance (km)	1069,3				
	vitesse moyenne (km /h)	12831,8				
	vitesse moyenne (m/s)	3564,4				

	Vraie valeur (km)
distance Terre-Soleil (TS)	151 641376,90
distance Terre-Lune (TL)	373 455,17970
	Calculs (km)
distance Lune-Soleil (SL)	151 267 921,72450
distance Lune-Sommet du cône (LI)	379 117,59831
distance Terre-Sommet du cône (TI)	5662,40861
distance surface-Sommet du cône (HI)	12040,41861
diamètre de l'ombre (d)	110

Formules
SL = TS - TL
LI = (LL' . SL) / (SS' - LL')
TI = LI - TL
HI = TI + HT
d = 2 . LL' . (HI / LI)