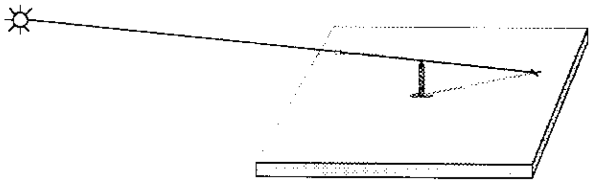
Pourquoi fait-il plus chaud en été qu'en hiver ?
Calcul de l'énergie reçue au sol à différentes dates

Le Soleil nous apporte son énergie principalement en chauffant le sol. J'ai cherché à calculer la quantité d'énergie reçue par un m² de sol horizontal en une journée, en été puis en hiver, à la latitude de 47° Nord ; on peut le faire à partir de formules mais aussi avec de simples relevés d'ombres. Je n'ai pas tenu compte de l'absorption atmosphérique ici, ce sera pour un prochain numéro.

Première partie : à partir d'un relevé d'ombres

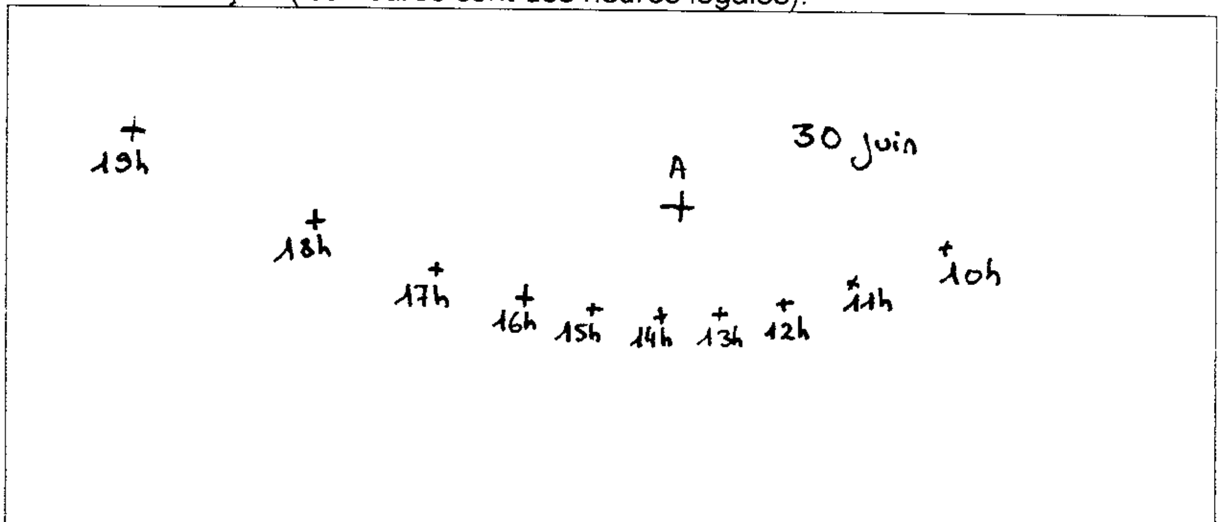
Principe du relevé



On note à différentes heures de la journée la position de l'ombre d'un point. On peut réaliser ce genre de relevé directement au sol avec un bâton vertical ou sur une planchette de bois. Dans ce cas, on observera l'ombre de l'extrémité d'un clou, d'une vis, ou d'un rivet fixé sur la planche.

Un tel dispositif a été maintes fois exposé dans les Cahiers Clairaut. C'est à partir de ce relevé que nous allons calculer la quantité d'énergie reçue au sol au cours de la journée.

Relevé réalisé le 30 juin (les heures sont des heures légales):



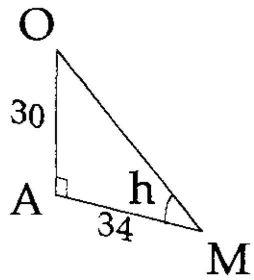
A = base du gnomon ; hauteur du gnomon = 30 mm

Hauteur du Soleil le 30 juin à 17 heures

Distance de la base du gnomon à l'extrémité de l'ombre mesurée sur le relevé :
AM = 34 mm

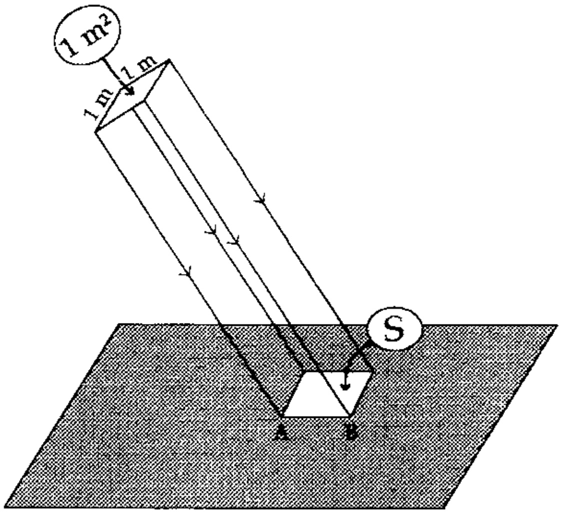
Hauteur du gnomon : OA = 30mm

tan h = 30/34 d'où h = 41° (hauteur du Soleil à 17h)

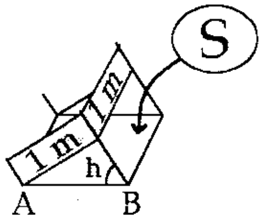


Puissance reçue par 1 m² de sol horizontal le 30 juin à 17 heures

On connaît la constante solaire (la puissance reçue du Soleil au niveau de la Terre par m² perpendiculaire au rayonnement et hors atmosphère). Elle vaut environ 1400 W par m² (pour son calcul, voir le TP du CLEA décrit dans les fiches Belin d'astrophysique).
Connaissant la hauteur du Soleil au dessus de l'horizon, on peut calculer la puissance reçue par 1 m² de sol horizontal :



Considérons un faisceau de lumière de 1 m² de section. Sa puissance est de 1400 W. Il éclaire au sol une surface horizontale d'aire S (en m²).



On a : AB = 1 / sin(h)
donc S = AB × 1 = 1 / sin(h)
Puissance reçue par m² horizontal :
1400/S = 1400 × sin(h)

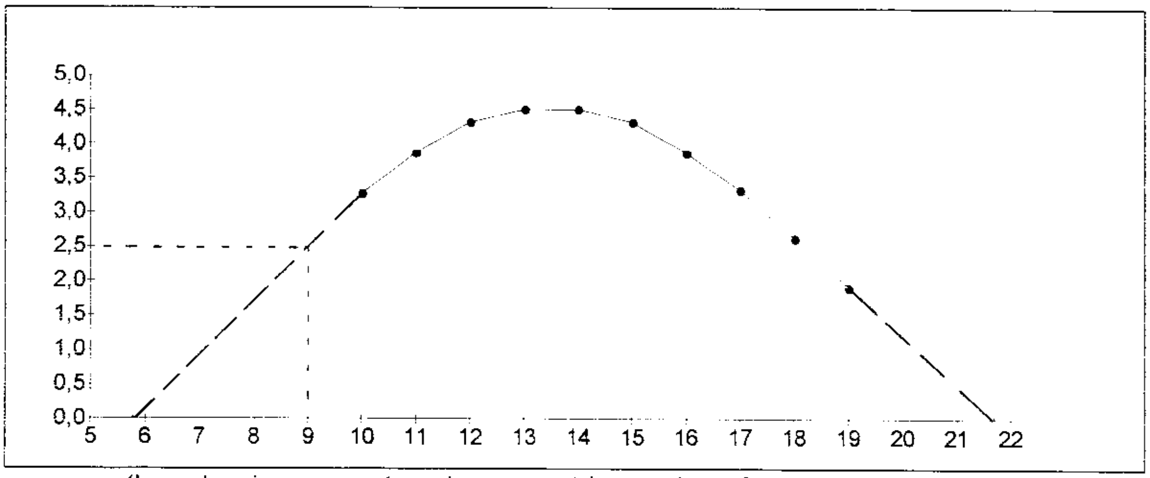
Pour le 30 juin à 17h, on obtient pour 1 m² de surface horizontale : 1400 × sin41° ≈ 920 W soit 920 J/s ou, en multipliant par 3600, 3,3 MJ/h

Puissance reçue chaque heure le 30 juin

Il manque quelques relevés, en particulier le matin, mais on peut estimer la puissance reçue à partir du graphique qui suit le tableau. Les valeurs ainsi obtenues ont été notées en italiques. Les puissances sont toujours données pour 1 m² horizontal.

Heure (légale)	Mesure de AM en mm	Hauteur du Soleil h en degrés h=ATN(OA/AM)	Puissance reçue au sol sans tenir compte de l'atmosphère (en MJ/h) =1400xsinhx3600
6h			*0,1*
7h			*0,9*
8h			*1,7*
9h			*2,5*
10h	35	41	3,3
11h	25	50	3,9
12h	18	59	4,3
13h	15	63	4,5
14h	15	63	4,5
15h	18	59	4,3
16h	25	50	3,9
17h	34	41	3,3
18h	49	31	2,6
19h	73	22	1,9
20h			*1,2*
21h			*0,4*

Les puissances reçues le matin avant 10h et le soir après 19h ont été estimées à partir de ce graphique. On connaît les heures de lever et de coucher du Soleil à Dijon (5h50 et 21h40 en heures légales) :



(les abscisses sont en heures et les ordonnées en MJ/h)

Energie totale reçue le 30 juin

Il suffit d'additionner les énergies reçues chaque heure, en les supposant constantes au cours de l'heure (dernière colonne du tableau) ; on arrive à un total de 43,3 Mégajoules.

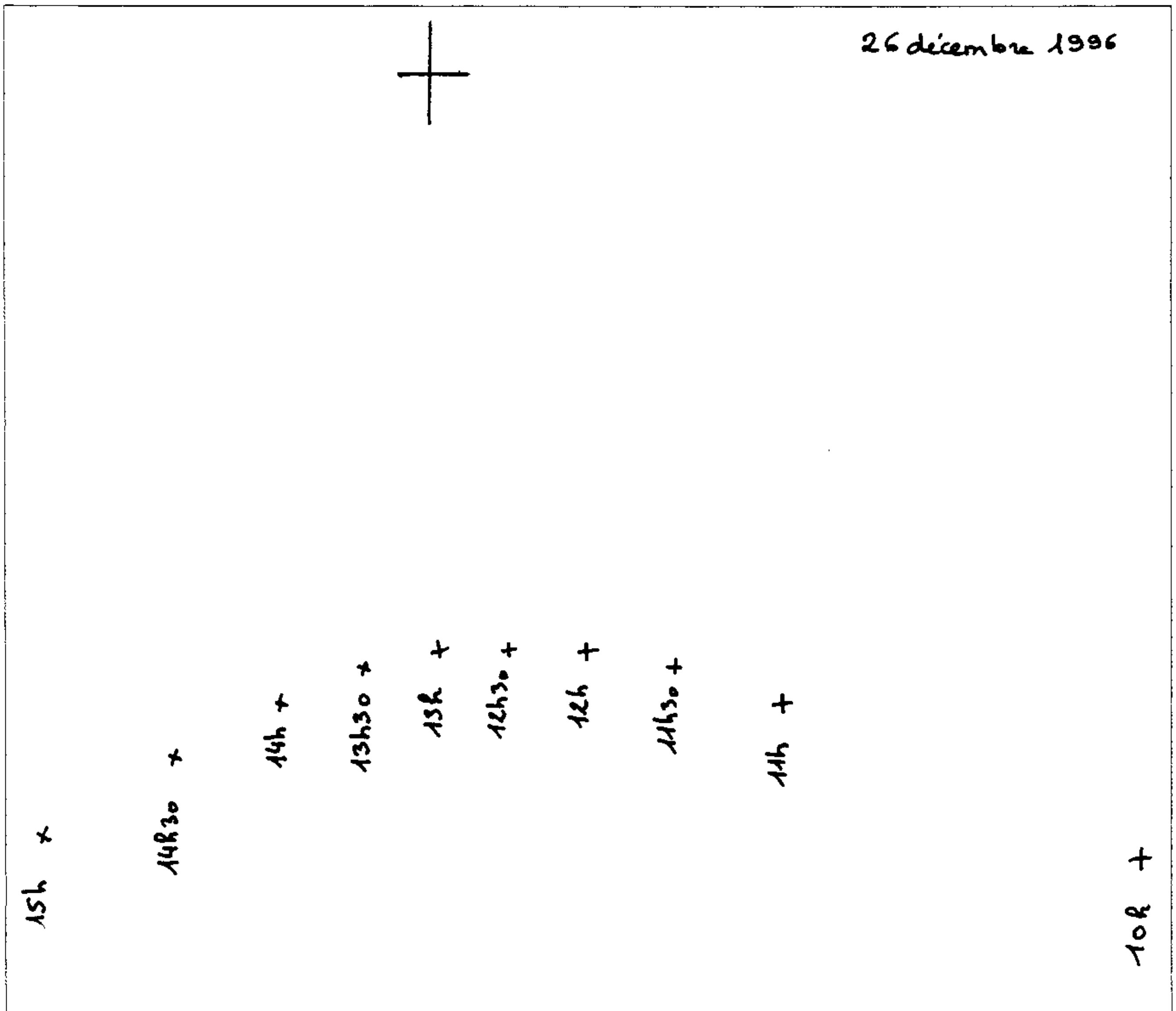
Un m² de sol horizontal reçoit donc environ 43 Mégajoules au cours de la journée du 30 juin , ceci à une latitude de 47°Nord et sans tenir compte de l'absorption atmosphérique.

Cette valeur est tout à fait correcte, comparée au résultat théorique de la deuxième partie. On pourrait déterminer l'énergie absorbée par notre atmosphère en fonction de la qualité du ciel, ce qui n'est pas très facile. On obtiendrait, pour un ciel moyennement limpide une vingtaine de mégajoules. Cette valeur est évidemment très dépendante de la transparence de l'atmosphère.

Autre méthode : l'énergie reçue dans la journée correspond à l'intégrale de la courbe précédente, entre le lever et le coucher du Soleil. On peut obtenir sa valeur expérimentalement en découpant la surface comprise entre la courbe et l'axe des abscisses, et en trouvant la masse de ce morceau de papier à l'aide une balance de précision. L'étalonnage se fait à partir de la masse d'un rectangle de largeur 1 heure et de hauteur 1MJ/h, donc d'aire 1 MJ.

Calculs pour la journée du 26 décembre

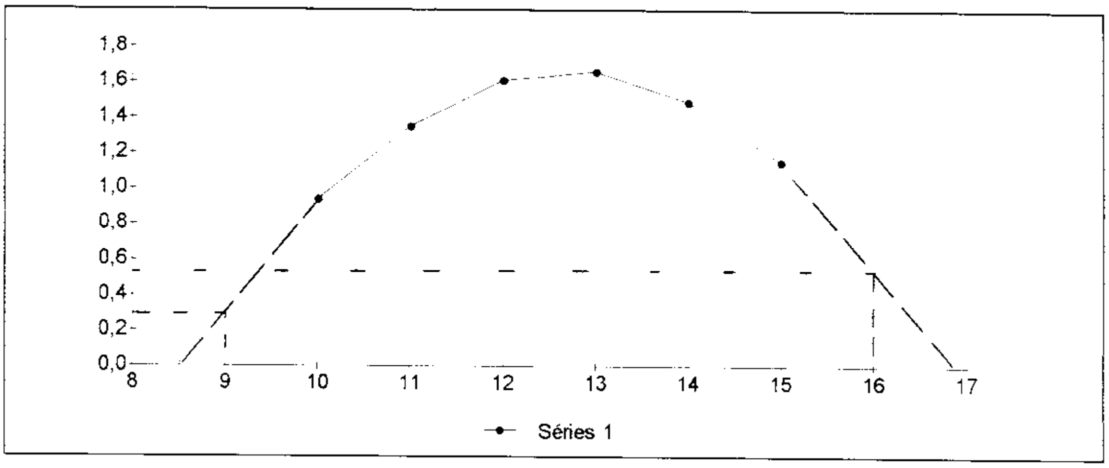
Relevé d'ombres



A = base du gnomon ; hauteur du gnomon = 30 mm

Ce jour-là, le Soleil se levait à 8h28 pour se coucher à 16h53 (heures légales).
Les puissances sont toujours données en MJ/h pour 1 m² horizontal et sans tenir compte de l'absorption atmosphérique.

Heure (légale)	Mesure de AM en mm	Hauteur du Soleil en °	Puissance reçue sans tenir compte de l'atmosphère (MJ/h)
9h			*0,3*
10h	158	11	0,9
11h	108	16	1,3
12h	89	19	1,6
13h	86	19	1,7
14h	97	17	1,5
15h	128	13	1,2
16h			*0,5*



On obtient un total de <u>9 MégaJoules pour la journée du 26 décembre</u>, soit le cinquième de la valeur trouvée pour le 30 juin. On comprend qu'il fasse plus froid en hiver...

Deuxième partie : à partir de formules

La puissance reçue du Soleil pour 1 m² horizontal est égal à C × sin h, où C est la constante solaire (C = 1400 W) et h la hauteur du Soleil au dessus de l'horizon, toujours sans tenir compte de l'absorption atmosphérique.
L'énergie reçue pendant un temps dt est donc égale à $dE = C \times \sin h \times dt$.

Les formules de changement de repère donnent : $\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H$
avec φ = latitude du lieu ; δ = déclinaison du Soleil ; H = angle horaire du Soleil (H = 0 à midi solaire). On prendra $H = t \times \Pi / 12$ où t est l'heure solaire comptée à partir de midi.

$dE = C \times [\sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos(t \times \Pi / 12)]\, dt$
Pour obtenir l'énergie reçue au cours d'une journée, il faut intégrer du lever de Soleil (t = -a) au coucher du Soleil (t = +a). On obtient :

$$E = C \times \left[\sin\varphi \times \sin\delta \times t\right]_{-a}^{+a} + C \times \left[12/\Pi \times \cos\varphi \cos\delta \sin(t \times \Pi / 12)\right]_{-a}^{+a}$$
$$= 2.C.a.\sin\varphi.\sin\delta + 24.C/\Pi.\cos\varphi.\cos\delta.\sin(a\times\Pi/12)$$

Le temps (t et a) ayant été compté en heures, on prendra $C = 1400\times3600$ J/h ≈ 5 MJ/h
L'heure a donnant le lever et le coucher du Soleil s'obtient avec la formule :
$\cos(a\times\Pi/12) = -\tan\varphi.\tan\delta$. On ne tient pas compte de la réfraction atmosphérique ici.

En résumé :
On obtient a, en heures, avec $a = 12/\Pi.\cos^{-1}(-\tan\varphi.\tan\delta)$
Puis E en Mégajoules avec $E = 10.a.\sin\varphi.\sin\delta + 120/\Pi.\cos\varphi.\cos\delta.\sin(a\times\Pi/12)$

Application pour φ = 47°
Au solstice d'été δ = 23,4°, E = 44 MJ
Au solstice d'hiver δ = -23,4°, E = 9 MJ

On avait trouvé pratiquement les mêmes résultats avec les relevés d'ombres.

Quelques remarques :

J'ai considéré que la constante solaire était une constante, ce qui n'est pas le cas puisqu'on est plus près du Soleil début janvier.
Je n'ai pas tenu compte de l'absorption atmosphérique, importante mais complexe. Je reviendrai sur ce problème dans un prochain CC.
Je n'ai pas testé ce TP, travaillant en collège et de plus en maths, mais j'espère que la première partie intéressera des profs de physique de lycée.

Pierre Causeret