Héliocentrisme et géocentrisme (Suite)

Boucles et stations planétaires

I. Introduction

Vues de la Terre, les planètes dessinent d'étranges trajectoires par rapport au fond du ciel étoilé. Voir à titre d'exemple la boucle de Mars au début de l'année 1997 ou celle de Vénus en 1996.
(figures 1 et 2 réalisées avec le logiciel CLEASTRO [*]).
Ces parcours en apparence erratiques ayant intrigué les Anciens, peuvent être l'occasion pour nous de réaliser de trés intéressants travaux qui mettent en jeu l'observation , la modélisation , des constructions géométriques, l'utilisation de l'informatique . . .

II. Oppositions et conjonctions

Pour une planète supérieure (exemple: Mars), il y a *opposition* si les longitudes héliocentriques de la Terre (T) et de la planète (P) sont égales : alors S (le Soleil) T et P sont "alignés" dans cet ordre. S T P

A ce moment, la distance TP est minimale et les conditions d'observation de la planète sont les meilleures possibles, d'autant plus que la planète se lève au moment du coucher du Soleil et l'observation peut se poursuivre toute la nuit. Mars est en opposition le 17 / 3 / 96.
Pour une planète inférieure (exemple: Vénus), il ne peut y avoir que des *conjonctions*.

conjonction inférieure: S V T (11 / 6 / 96)

conjonction supérieure: V S T (3 / 4 / 97)

III. Stations

A cause du changement apparent du sens du mouvement d'une planète (vue de la Terre), il y a des dates pour lesquelles la planète *parait* immobile: ces stations ont lieu de part et d'autre d'une opposition (cas de Mars) ou d'une conjonction inférieure (cas de Vénus). Voir à nouveau les figures 1 et 2.
L'analyse précise de la situation peut se faire grâce au caractère *vectoriel* des vitesses; l'idée est simple: l'immobilité apparente de la planète est due au fait que son *vecteur-vitesse par rapport à la Terre se projette sur notre ligne de visée.*

Vitesse de Mars par rapport à la Terre : $\overrightarrow{V_{M/T}}$; Vitesse de Mars par rapport au Soleil : $\overrightarrow{V_{M/S}}$

Vitesse de la Terre par rapport au Soleil : $\overrightarrow{V_{T/S}}$

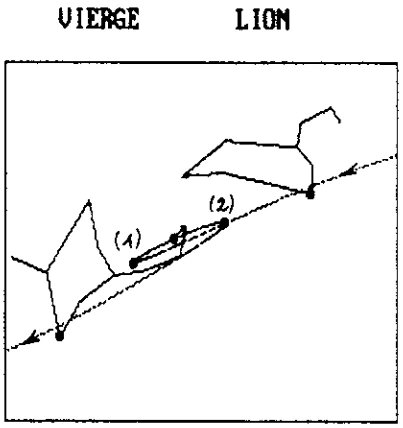
On a évidemment : $\overrightarrow{V_{M/T}} = \overrightarrow{V_{M/S}} + \overrightarrow{V_{S/T}} = \overrightarrow{V_{M/S}} - \overrightarrow{V_{T/S}}$

Ainsi Mars sera stationnaire si $\overrightarrow{V_{M/T}} = k\,\overrightarrow{MT}$. Voir figure 3.

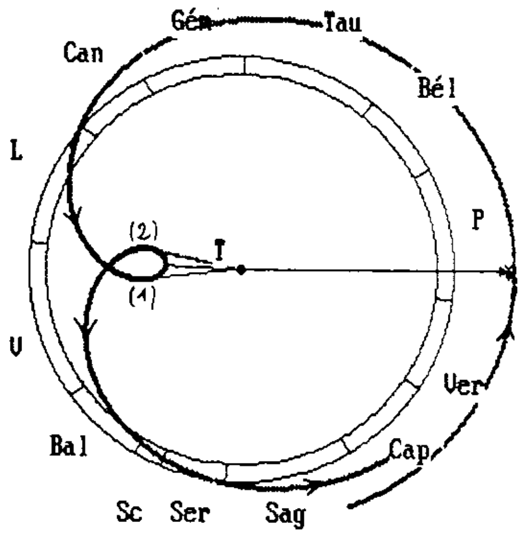
Le CIEL vu de la TERRE
Trajectoire de MARS
CONSTELLATIONS du ZODIAQUE

années 1996 - 1997

TERRE
MARS
Modèle géocentrique (Ptolémée)



Stations: (1) 1997 2 5
(2) 1997 4 25



réalisé avec
PRIGEMAR
(GEOMARS)
du logiciel
CLEASTRO

Voir également
Cahiers Clairaut
n° 74 page 12

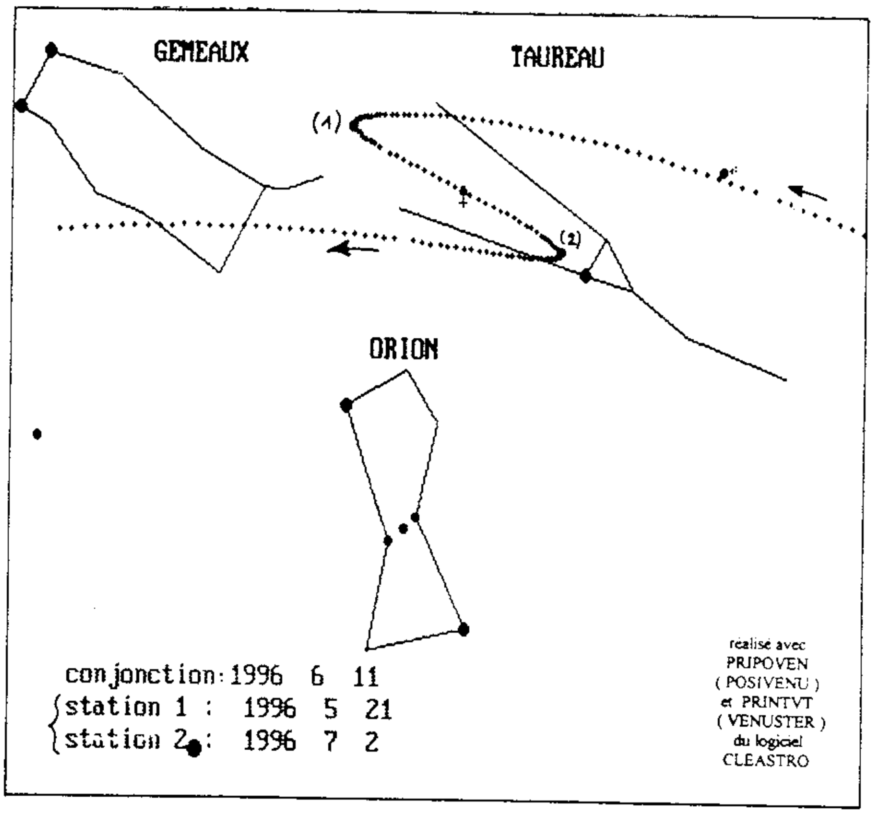
opposition le: 1997 3 17 176.4 °

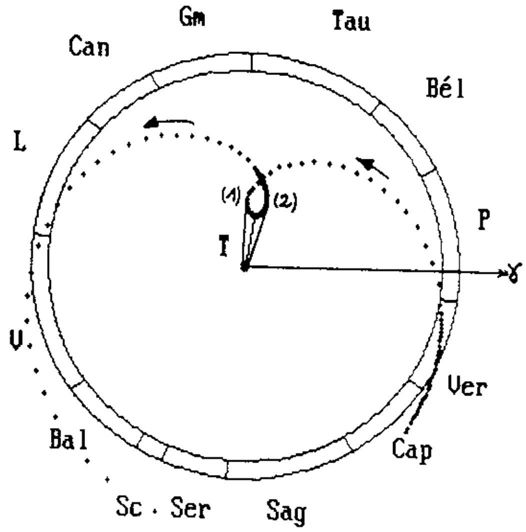
Figure 1

Le CIEL vu de la TERRE
Trajectoire de VENUS CONSTELLATIONS du ZODIAQUE

année : 1996

TERRE
VENUS
Modèle géocentrique (Ptolémée)





conjonction le: 1996 6 11

Figure 2

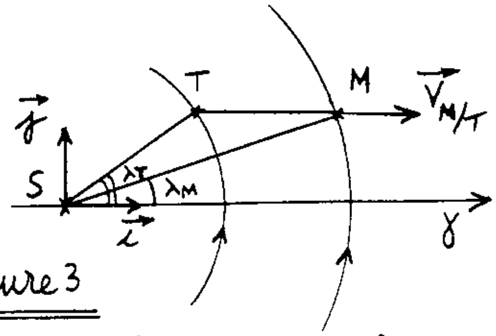


Figure 3

On pose R_M = SM et R_T = ST

$\lambda_T = (S\gamma, ST)$ et $\lambda_M = (S\gamma, SM)$

Ainsi $\overrightarrow{V_{M/S}} = d(\overrightarrow{SM})/dt$ et $\overrightarrow{V_{T/S}} = d(\overrightarrow{ST})/dt$

Le lecteur attentif établira sans peine (comme tout élève de TerS. . .) l'expression suivante:

$$\overrightarrow{V_{M/T}} = (R_T\,\dot{\lambda}_T \sin\lambda_T - R_M\,\dot{\lambda}_M \sin\lambda_M)\,\vec{i} + (R_M\,\dot{\lambda}_M\cos\lambda_M - R_T\,\dot{\lambda}_T\cos\lambda_T)\,\vec{j}$$

(La notation $\dot{\lambda}_T$ signifie $d(\lambda_T)/dt$)

d'autre part $\overrightarrow{MT} = (R_T \cos\lambda_T - R_M \cos\lambda_M)\,\vec{i} + (R_T \sin\lambda_T - R_M \sin\lambda_M)\,\vec{j}$

Les vecteurs $\overrightarrow{V_{M/T}}$ et $\overrightarrow{MT}$ doivent être colinéaires : en exprimant la proportionnalité de leurs composantes on obtiendra après quelques lignes de calculs:

$$\cos(\lambda_T - \lambda_M) = (R^2_T\,\dot{\lambda}_T + R^2_M\,\dot{\lambda}_M) / R_T R_M(\dot{\lambda}_T + \dot{\lambda}_M)$$

Si on se contente du *modèle héliocentrique simplifié* (hypothèses simplificatrices: mouvement circulaire et uniforme pour chaque planète autour du Soleil), on peut résoudre l'équation assez facilement.

Voyons le cas de Vénus pour laquelle l'approximation précédente est acceptable. On remplace la lettre M par la lettre V.

R_T = 1 UA R_V = 0.7233 UA T_T = 365.256 j T_V = 224.701 j

$\dot{\lambda}_T = 2\pi / T_T$ $\dot{\lambda}_V = 2\pi / T_V$

l'application numérique donne $\cos(\lambda_T - \lambda_V) = 0.97439$
soit $|\lambda_T - \lambda_V| \approx 13°$ ou 0.2268 rad.

Si on prend l'origine des temps à l'instant d'une conjonction inférieure, alors $\lambda_T = (2\pi / T_T)\,t$ et $\lambda_V = (2\pi / T_V)\,t$; on en déduit t = 0.2268 / 0.010760 = 21.08 j
Vénus est stationnaire 21 jours *avant* puis 21 jours *après* la conjonction inférieure. La durée de la rétrogradation est de 42.2 jours. On constate en effet, à partir des données de la figure 2, que la durée écoulée entre le 21 mai 96 et le 2 juillet 96 est bien de 42 jours.

Le cas de Mars est plus délicat (c'est d'autant plus intéressant...) . Appliquons la même méthode simplifiée:

R_T = 1 UA R_M = 1.5237 UA T_T = 365.256 j T_M = 686.98 j

$\dot{\lambda}_T = 2\pi / T_T$ $\dot{\lambda}_M = 2\pi / T_M$

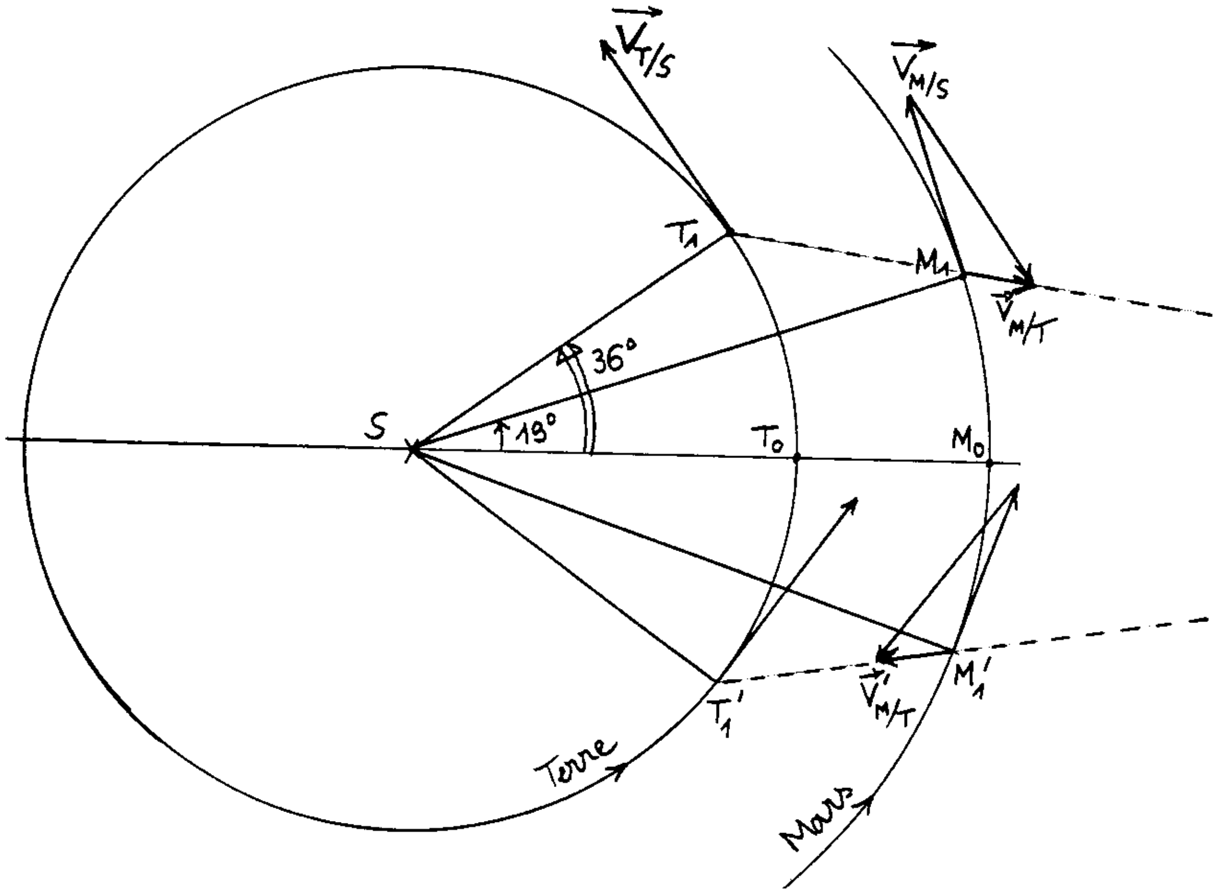
l'application numérique donne $\cos(\lambda_T - \lambda_M) = 0.95739$
soit $|\lambda_T - \lambda_V| = 16°47'$ ou 0.29297 rad.
L'origine des temps est maintenant l'instant d'une opposition.
On en déduit dans ce cas t = 36.37 jours soit une durée de rétrogradation de 72.7 jours.
La comparaison avec le résultat donné par les indications de la figure 1 est assez décevante car la durée écoulée entre les 2 stations est ... de 79 jours ; mais il faut savoir tirer parti des déceptions et Mars mérite un traitement particulier à cause de son *excentricité* importante. Cela fera l'objet d'un prochain article... Pour le moment, si on se contente d'une première approximation, une contruction géométrique simple permet de mieux visualiser les choses.

Cette construction géométrique peut donner lieu à un intéressant *exercice* (illustration de la notion de vecteur-vitesse).

Exercice : Les données numériques ainsi que les éléments du raisonnement figurent dans les pages précédentes.

1. Représenter les orbites de la Terre (T) et de Mars (M) ; échelle : 1 cm pour 0.20 UA .
2. Placer T et M lors d'une opposition (soit T_0 et M_0).
3. Calculer les déplacements angulaires effectués par les deux planètes pendant les 36 jours qui suivent cette opposition et marquer les nouvelles positions sur le schéma (soit T_1 et M_1).
4. Tracer les vecteurs - vitesse des deux planètes en T_1 et M_1 (vitesses héliocentriques) ; échelle : 1 cm pour 10 km s^{-1}.
5. Tracer le vecteur - vitesse relative $\overrightarrow{V_{M/T}}$. Conclusion. ?
6. Faire de même pour la station qui précède l'opposition. Procéder par symétrie.
7. Evaluer numériquement les vitesses radiales géocentriques de M lors des stations.

Solution partielle :



[*] Note de l'auteur: Pour disposer des outils utilisés dans cet article (et de quelques autres) , vous pouvez vous procurer la disquette CLEASTRO (ou ASTROJPR) auprès de l'auteur. Nécessite un PC avec MS DOS car le langage utilisé est celui de l'éditeur de ce système d'exploitation qui est le QBASIC (pour le moment).
Ecrire à l'auteur : adresse 73, Boulevard Mutuel 72000 Le Mans
Joindre 20 F pour les frais divers.

J.P. ROSENSTIEHL
Lycée Montesquieu Le Mans