

Petite mécanique céleste

Simulation sur calculatrice graphique Ti-81

Pierre Lerich (Lille)

Les calculatrices graphiques ont profondément renouvelé l'art de la bataille navale au lycée. On n'entendra plus dans le fond des classes "*B4... sous-marin coulé !*" Aujourd'hui cela se passe en silence, c'est électronique. Outre cette utilisation ludique, ces calculatrices peuvent éventuellement servir à diverses activités scientifiques.

A mi chemin entre le ludique et le scientifique, voici un petit jeu distrayant mais quand même instructif, consistant à simuler la marche d'une planète troublée par une perturbation centrale et décrivant une ellipse dont les apsides tournent lentement.

1 - Il convient de préparer d'abord la calculatrice. On sélectionnera dans le menu "MODE" : RAD PARAM CONNECTED GRID OFF.

2 - Par la touche "RANGE" on définira :

$$T \text{ min} = 0 \quad X \text{ min} = -6 \quad Y \text{ min} = -4$$

$$T \text{ max} = 100 \quad X \text{ max} = 6 \quad Y \text{ max} = 4$$

$$T \text{ step} = .1 \quad X \text{ scl} = 1 \quad Y \text{ scl} = 1$$

3 - Il reste à introduire les fonctions graphiques par la touche "Y" :

$$X1T = 3(1 - A \cos BT) \cos T$$

$$Y1T = 3(1 - A \cos BT) \sin T$$

4 - On choisira pour commencer les constantes :

$$0.3 \text{ STO } A ; 1.1 \text{ STO } B$$

Précisons que A définit l'excentricité et B la vitesse de rotation de la ligne des apsides.

B - Presser "GRAPH" et observer le résultat. Arrêter par "ON" après un certain nombre de tours, car au bout de 100 radians le graphe ressemblerait plutôt à un vieux pneu calciné, vestige d'une manif.

On essaiera à volonté d'autres constantes A et B et c'est là que réside tout l'intérêt du jeu. Il faut noter que pour $A > 0.5$ la courbe dégénère progressivement en série de cardioïdes et pour $A > 1$ en limaçons de Pascal, ce qui n'a plus rien à voir avec la mécanique céleste. Pour $A < 0.5$ la trajectoire décrite est celle d'une planète qui serait attirée par un astre central selon une loi légèrement différente de l'inverse du carré de la distance (par exemple à la puissance -2.1 au lieu de -2). Ce sujet a été superbement étudié par Newton selon la méthode géométrique (*Principia*; livre I section IX) et par Tisserand, Danjon et bien d'autres sans doute par la méthode analytique.

(mai 1994)