

A PROPOS DE LA TROISIEME LOI DE KEPLER

Représentation graphique appliquée au système solaire et aux étoiles doubles

Kepler a fait bien des tentatives pour essayer de pénétrer la belle ordonnance du système solaire. C'est seulement en 1619, dans son dernier grand ouvrage "Les Harmonies du monde", qu'il énonce sa troisième loi permettant de relier les dimensions de l'orbite des planètes à leur période de révolution. Puis, grâce à Newton qui découvrit l'attraction universelle, on dispose d'une relation très simple qui s'applique au problème des deux corps ; en utilisant des unités appropriées, elle s'écrit :

$$a^3 P^{-2} = \sum M \quad (1)$$

a = demi grand axe de l'orbite en ua (1 unité astronomique = distance moyenne de la Terre au Soleil soit environ 150 millions de kilomètres),

P = période de révolution en années,

$\sum M$ = somme des masses des deux corps, la masse du Soleil étant prise pour unité.

Noter qu'un moyen simpliste de retrouver cette formule consiste à écrire que l'attraction de l'astre central correspond à l'accélération radiale d'un mouvement circulaire uniforme. La formule complète, valable dans n'importe quel système d'unités homogène, s'écrirait : $a^3 P^{-2} = \frac{GM}{4\pi^2}$ (G = constante de la gravitation).

Pour illustrer cette relation de la troisième loi, nous présentons des graphiques en coordonnées logarithmiques (les "échelles" sont en progression géométrique).

1. Application au système solaire (graphique 1)

La masse du Soleil est beaucoup plus importante que celle des planètes qui gravitent autour de lui ; avec une bonne approximation, on peut négliger la masse de ces dernières et la relation (1) devient, avec un choix judicieux des unités :

$$a^3 = P^2$$

Sur le graphique représentant la période de révolution en fonction du demi grand axe de l'orbite, les points représentatifs des différentes planètes s'alignent sur une droite. Ce graphique est bien sûr utilisable pour tous les astres gravitant autour du Soleil, astéroïdes, comètes périodiques, ... Noter le double intérêt de l'utilisation des coordonnées logarithmiques : la relation se traduit graphiquement par une droite et on peut représenter sur un même graphique des valeurs sur une grande

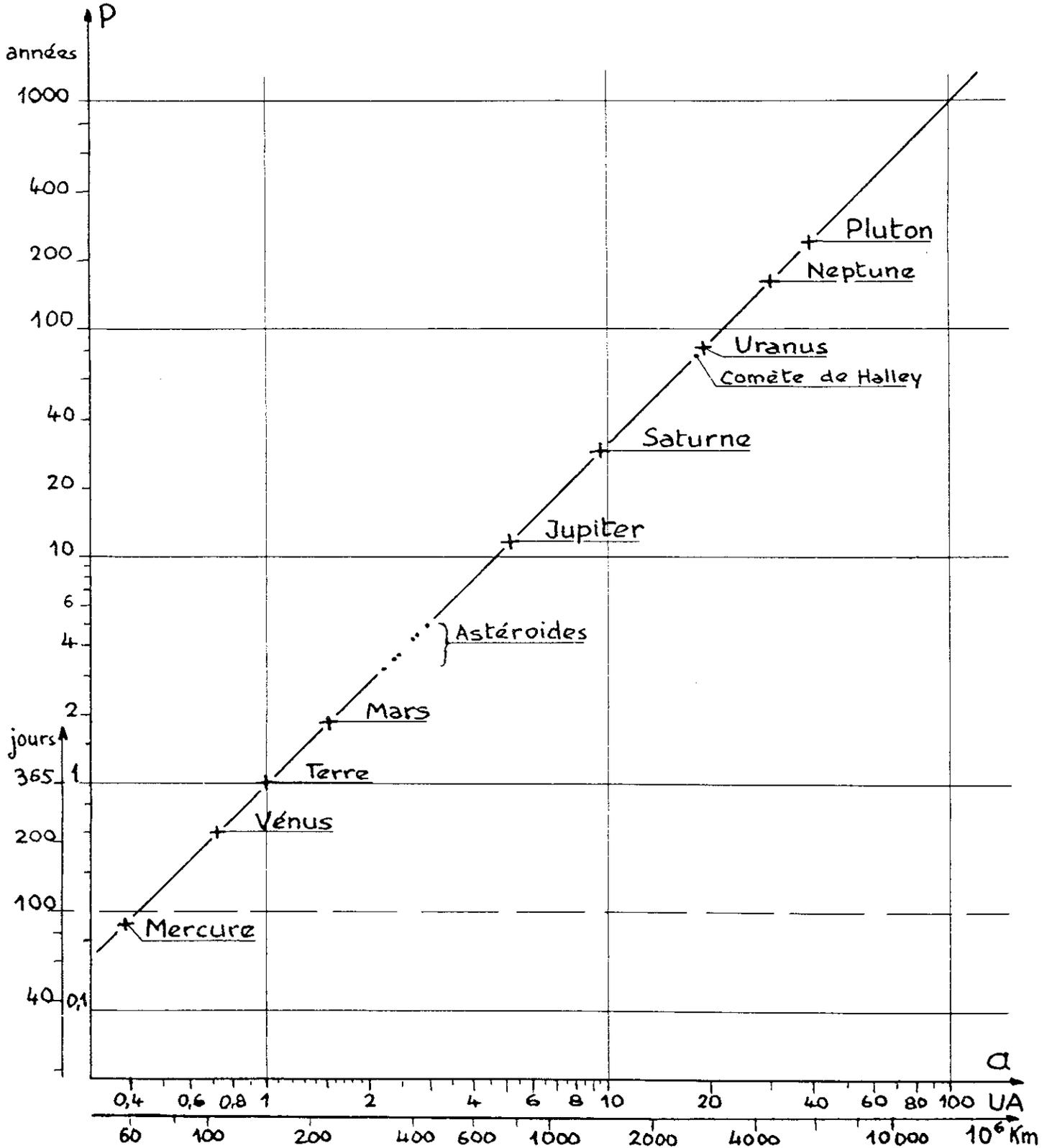
Graphique 1

Mouvement des Planètes autour du Soleil

Relation
 $a^3 = P^2$

a demi grand-axe UA

P période de révolution années



étendue ; un changement d'unité de mesure se traduit par un simple "glissement d'échelle".

2. Application aux étoiles doubles (graphique 2)

La relation (1) s'écrit alors : $a^3 P^{-2} = M_A + M_B$

où a est exprimé en unités astronomiques, M_A et M_B désignant les masses des deux étoiles, l'unité étant la masse du Soleil.

Pour faire apparaître les grandeurs mesurables depuis la Terre, on écrit :

$$a''^3 p''^{-3} P^{-2} = M_A + M_B$$

a'' = demi grand axe apparent depuis la Terre mesuré en secondes d'angle, p'' = parallaxe trigonométrique en seconde d'angle (d'après la définition de la parallaxe, angle sous lequel on voit l'unité astronomique depuis l'étoile).

Cette relation est extrêmement intéressante pour connaître la masse des étoiles puisque c'est le seul moyen direct de déterminer $M_A + M_B$ et par là M_A et M_B grâce à d'autres considérations (voir à ce sujet, dans le livre de Paul Couteau "L'observation des Etoiles Doubles visuelles", les pages consacrées au calcul des masses des étoiles, page 146 et suivantes).

Les résultats de détermination de masse d'étoiles montrent que le Soleil est à la moyenne et que neuf sur dix des étoiles ont une masse comprise entre 0,4 et 2 masses solaires, les extrêmes se situant vers 0,07 et 20. L'étendue est donc relativement faible.

Sur le graphique 2, établi avec les mêmes échelles que le précédent, la relation période-demi grand axe pour différentes masses se réduit à un faisceau de droites graduées en masse. 48 couples d'étoiles doubles visuelles dont la détermination directe de la masse est digne de confiance sont indiqués sur le graphique (couples répertoriés par P.Couteau p.156...). Noter que l'on connaît bien l'orbite, vue de la Terre, d'un nombre beaucoup plus important de couples d'étoiles (plus de 750) mais il n'y a qu'une cinquantaine de couples dont la parallaxe est assez bien mesurée pour permettre une bonne détermination de la distance, et par là de la masse.

3. Données relatives aux mouvements (graphique 3)

Sur le graphique 3, ont été rassemblées des données relatives aux mouvements des corps du système solaire et des étoiles doubles. Les échelles ont été modifiées pour embrasser une plus grande étendue et couvrir des astres plus divers.

Graphique 2

Mouvement et Masse des Etoiles doubles

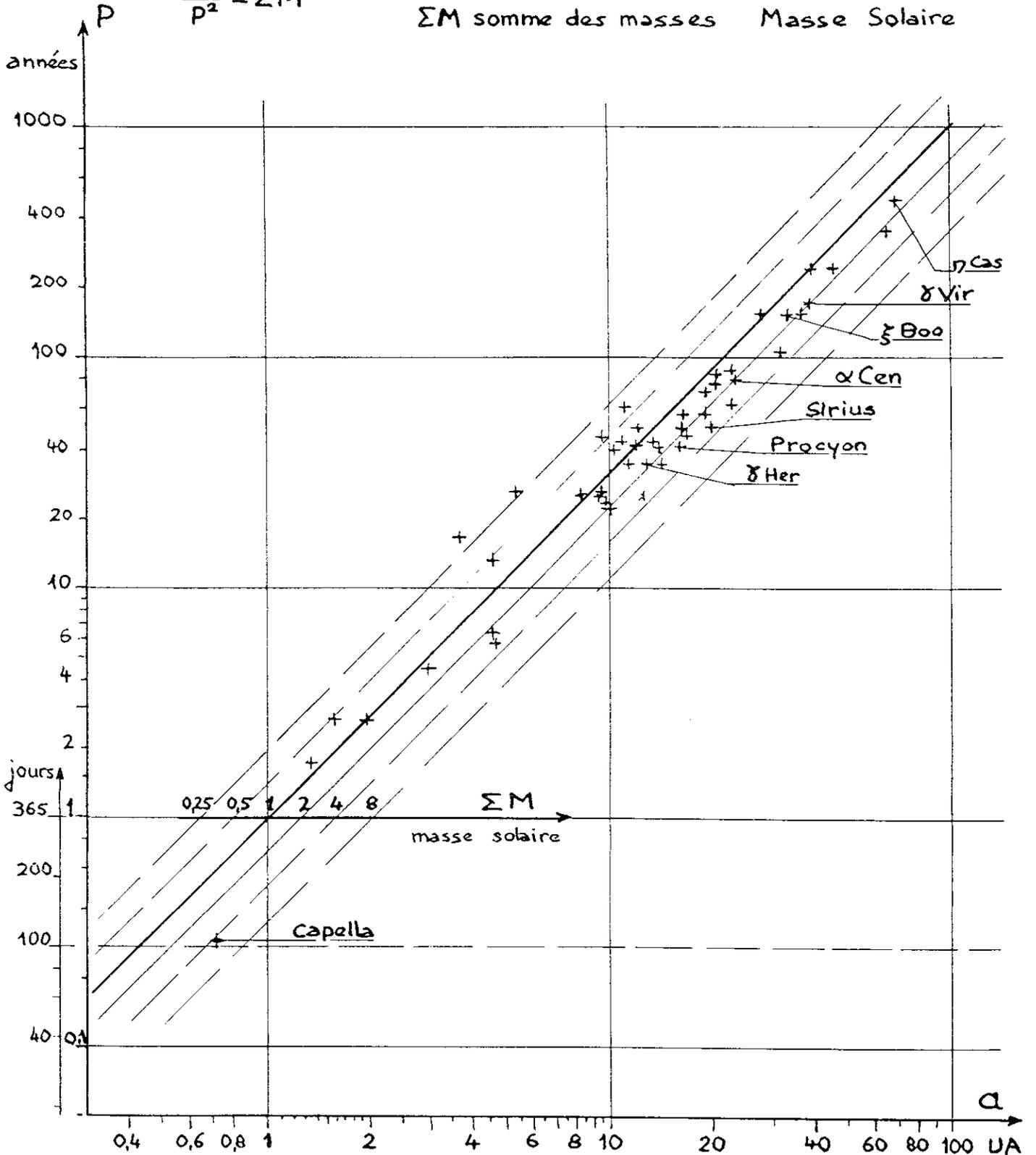
Relation

$$\frac{a^3}{P^2} = \Sigma M$$

a demi grand-axe UA

P période de révolution années

ΣM somme des masses Masse Solaire

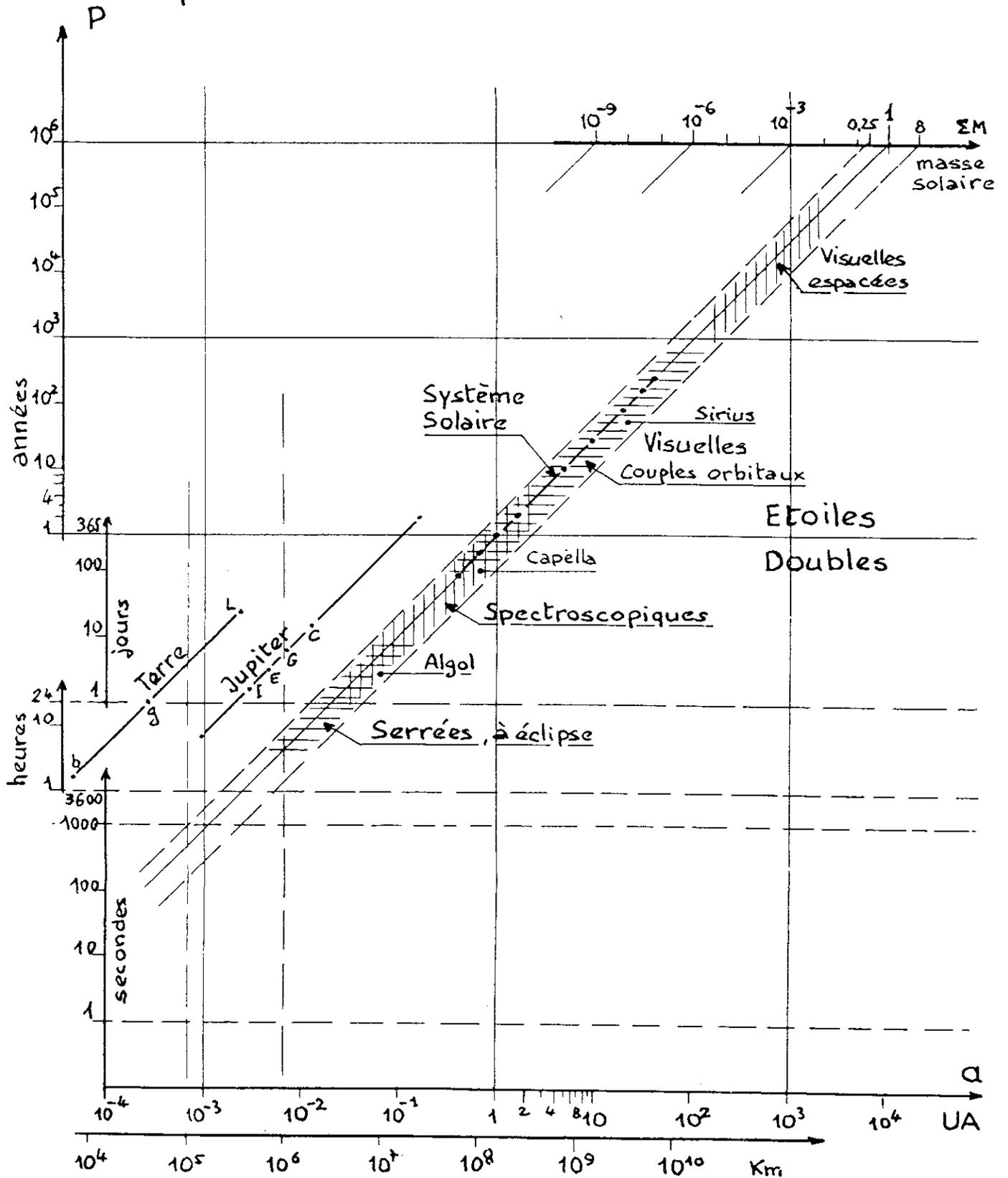


Graphique 3

Application de la 3^{ème} loi de Kepler

$$\frac{a^3}{P^2} = \Sigma M$$

- au Système Solaire
- aux Etoiles Doubles



Au centre du graphique 3, on retrouve la droite du graphique 1 correspondant au système solaire. Chaque point représente le mouvement des différentes planètes autour du Soleil.

Le mouvement des satellites de Jupiter autour de la planète peut également être représenté, Jupiter ayant une masse d'environ 1/1000 de celle du Soleil, la droite représentative se trouve décalée d'autant. Sont représentés IO (I), Europe (E), Ganymède (G) et Callisto (C).

De même le mouvement de la Lune (L) et des satellites artificiels autour de la Terre est représenté par une droite. (g) correspond aux satellites géostationnaires et (b) aux satellites restant à basse altitude.

Etoiles doubles. L'utilisation d'échelles plus étendues permet de repérer la classification des étoiles doubles, classification fondée sur les moyens d'observation utilisés :

a) Les étoiles doubles visuelles (observables directement au télescope) sont extrêmement nombreuses. Le catalogue publié par l'Observatoire Lick en 1963 contient 64 246 systèmes d'étoiles doubles visuelles. Parmi ces couples, certains ont un mouvement tellement lent, à notre échelle humaine, qu'on peut les considérer comme des "couples fixes", la distance des deux composantes étant de plus de cent unités astronomiques ; ils se trouvent en haut à droite sur le graphique. D'autres constituent des couples orbitaux dont le mouvement est assez rapide et dont la séparation est suffisante pour pouvoir être observée (partie centrale du graphique, recouvrant le système solaire). C'est parmi ces couples que figurent les 45 couples du graphique 2.

b) Les doubles spectroscopiques sont détectées grâce au déplacement périodique ou au dédoublement de leurs raies spectrales. Ce sont des couples assez serrés pour que les vitesses de déplacement soient grandes. On connaît les caractéristiques des orbites de près de mille de ces couples.

c) On connaît plus de 4 000 systèmes de doubles à éclipse dont la période va de quelques heures à une dizaine de jours. Ce sont donc le plus souvent des couples serrés et pour certains, il y a contact entre les deux étoiles et échange de matière.

On peut estimer qu'environ la moitié des étoiles appartiennent à un système double ou multiple, ce qui justifie le grand intérêt porté à l'étude de ces systèmes. Dans le cas des systèmes multiples, la gravitation commande évidemment les mouvements respectifs des composantes mais la troisième loi de Kepler est mise en défaut car il y a plus de deux corps.

Robert Perrin