

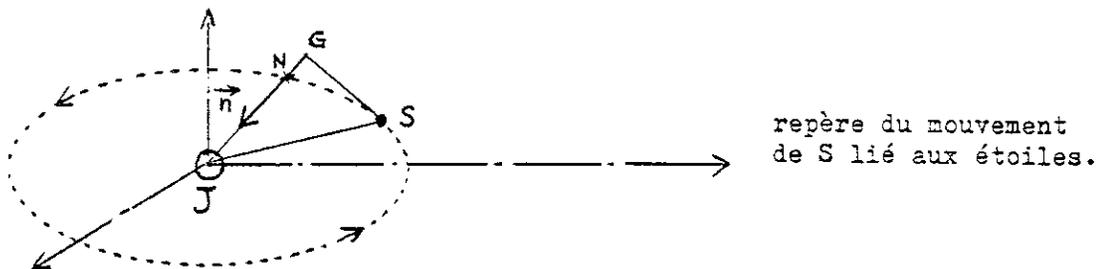
B/ MESURE DE LA MASSE DE JUPITERSANS BALANCE.

I/ PRINCIPE PHYSIQUE:

La mécanique céleste repose sur deux principes fondamentaux; l'un, découvert par Galilée, dit que si un objet n'est soumis à aucune force, son centre de "gravité" a un mouvement rectiligne et uniforme dans un repère lié aux étoiles. C'est le principe d'inertie.

- l'autre, découvert par Newton, s'énonce comme suit: si un objet de masse m est soumis à une force \vec{F} , son centre de "gravité" a une accélération $\vec{\gamma}$ telle que $\vec{F} = m\vec{\gamma}$. (relation fondamentale de la dynamique).

C'est ainsi que l'on peut expliquer le mouvement d'une lune (de faible masse) autour de sa planète (de forte masse):



En l'absence de J, le centre de "gravité" de S devrait aller en G à cause du mouvement rectiligne prévu par le principe d'inertie. Mais sous l'action de l'attraction de J (force de gravitation \vec{F} centripète), le satellite tombe en N avec l'accélération $\vec{\gamma}$ telle que $\vec{F} = m_s \cdot \vec{\gamma}$.

On peut ainsi recommencer le raisonnement à chaque instant et dire, comme Newton, que S tombe en permanence vers J sans jamais l'atteindre à cause de sa vitesse tangentielle.

Si le mouvement de S est circulaire uniforme on peut écrire:

$$\vec{F} = m_s \cdot \vec{\gamma} \quad \text{avec} \quad \vec{\gamma} = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot a \cdot \vec{n} \quad \text{où } T \text{ est la période de révolution de S (sidérale) et } a \text{ le rayon de l'orbite.}$$

Or la force de gravitation \vec{F} est proportionnelle aux masses de J et S et inversement proportionnelle au carré de la distance entre J et S:

$$\vec{F} = G \frac{m_s \cdot M_J}{a^2} \cdot \vec{n} \quad (G: \text{constante de gravitation universelle } = 6,67 \cdot 10^{-11})$$

d'où $\frac{G \cdot m_s \cdot M_J}{a^2} \cdot \vec{n} = m_s \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot a \cdot \vec{n}$

| | | |
|--|---|---|
| $M_J = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{T^2}$ | → | m |
| | → | s |

↓
kg

Connaissant le rayon de l'orbite (a) de S et sa période de révolution T , on peut calculer la masse de Jupiter (M_J).

II/ CALCUL DE LA MASSE DE JUPITER:

1) Mesure du rayon des orbites:

on a
$$a = \sqrt{\left(\frac{a_2 - a_1 \cos \omega \tau}{\sin \omega \tau}\right)^2 + a_1^2}$$

* Connaissant l'échelle du cliché, la distance Terre-Jupiter et que $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ radians calculer a en mètre pour Ganymède et Callisto.

2°) 3ème loi de Képler, masse de Jupiter :

La formule (1) montre que quelle que soit la masse du satellite (négligeable devant celle de Jupiter), donc quel que soit celui-ci on a :

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{M_J \cdot G}{4\pi^2} = \text{constante}$$

| nom du satellite | $\frac{a^3}{T^2}$ en m^3/s^2 |
|------------------|--------------------------------|
| Ganymède | |
| Callisto | |

d'où $M_J = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{T^2}$ en prenant la valeur moyenne de $\frac{a^3}{T^2}$

$M_J = \dots\dots\dots \text{ kg}$

* sachant que la masse de la Terre est d'environ $6 \cdot 10^{24}$ kg, vérifier que Jupiter est environ 300 fois plus massive que la Terre (317,9 exactement).

III/ REMARQUES:

* La distance des satellites à Jupiter suit une sorte de loi de Bode : d'un satellite au suivant, la distance est multipliée par 1,7. Le vérifier en calculant a_{IV}/a_{III} .

| Satellites | I | II | III | IV |
|--------------|------|------|------|------|
| diamètre(km) | 3650 | 3120 | 5280 | 4840 |

compte tenu des magnitudes des lunes joviennes, que peut-on dire de l'état de surface de Callisto?

P. LE FUR (Le Mans)

C/ MESURE DE LA MASSE DE JUPITERAVEC UN CHRONOMETRE

Nous allons essayer de nous passer de matériel sophistiqué (photographies prises au Céléstron, calculatrice, calculs complexes). Il faut adapter la méthode à l'âge de l'utilisateur. Que pourrait faire un élève de collège?

Pour obtenir la masse de Jupiter il suffit d'avoir une lunette avec un oculaire réticulé, des éphémérides et ...un chronomètre.

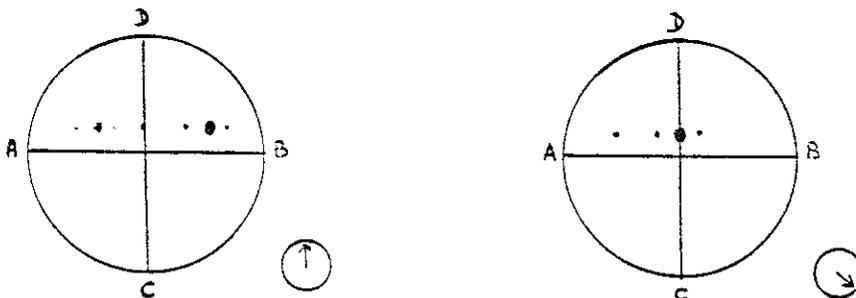
I/ METHODE:

Pour calculer la période du satellite et la masse de Jupiter, il faut mesurer la distance angulaire Jupiter-Satellite. La mesure se fera avec un chronomètre.

-laisser défilier le système jovien derrière le réticule de la lunette parallèlement à AB (schéma).

-chronométrer la durée qui sépare les passages d'un satellite et du centre de la planète sous CD. Il est facile de faire une dizaine de mesures par soir.

- calculer la moyenne t.



II/ RAYON DE L'ORBITE:

Le mouvement d'un satellite vu depuis la Terre est un mouvement rectiligne sinusoïdal. À partir des éphémérides, il est possible de connaître la date de passage à la plus grande élongation; ce jour-là faire la mesure (t_{\max}).

Le déplacement du système jovien derrière le réticule est dû à la rotation de la Terre: en 24 h \rightarrow 360° en $t_{\max} \rightarrow \alpha'$

Pour calculer l'angle sous lequel on voit depuis la Terre la distance Jupiter-satellite, il faut tenir compte de la déclinaison de Jupiter $\alpha = \alpha' \cos \delta$
 rayon de l'orbite $a = d_{TJ} \cdot \alpha$ (rad)

- Remarques: - on néglige la variation de a pendant la mesure.
 - la mesure est indépendante du grossissement de la lunette.

III/ PERIODE DE REVOLUTION:

* Faire des relevés sur 3 ou 4 jours (pour Ganymède et Callisto) autour du jour de plus grande élongation. On obtient $t_1, t_2, t_3 \equiv t_{\max}, t_4, \dots$ (voir figure page 40)

* Il est possible d'obtenir la période en calculant les cosinus des angles, mais il est plus simple d'utiliser une méthode graphique.

- sur une droite reporter à partir de 0' les valeurs $t_1, t_2, t_3 \dots$

- tracer le cercle de centre 0 et de rayon t_{\max}

- reporter les positions S_1, S_2, S_3, \dots du satellite sur le cercle trajectoire.

- mesurer avec un rapporteur l'angle $S_1 O S_n$ qui a été balayé pendant la durée

D correspondant à la différence des dates d'observation i et n .

$$\widehat{S_1 O S_n} \rightarrow D \quad 360^\circ \rightarrow T \text{ période de révolution.}$$

IV/ MASSE DE JUPITER:

Ayant calculé a et T on en déduit la masse de Jupiter:

$$M_J = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{T^2} \quad (1)$$

Remarques: - en réalité

$$\frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{T^2} = M_J + M_{\text{Satellite}} \quad \text{mais } M_J \gg M_S$$

- on peut calculer la masse de Jupiter en masses solaires

$$M_\odot = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a_T^3}{T_T^2} \rightarrow \text{pour la Terre} \quad (2)$$

$$(1) \text{ et } (2) \quad \frac{M_J}{M_\odot} = \frac{a^3}{a_T^3} \cdot \frac{T_T^2}{T^2}$$

V/ MESURES: (voir tableau)

* Pour Callisto:

- a) rayon de l'orbite: t_{\max} le 8-10-83

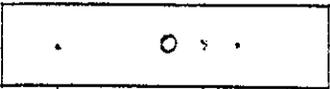
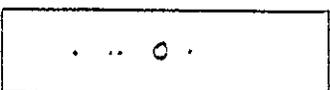
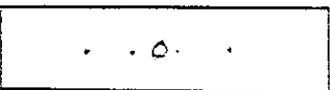
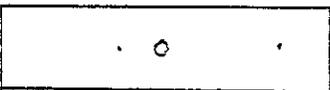
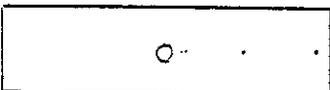
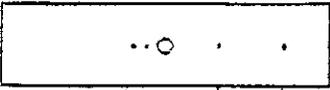
$$1 \text{ UA} = 149,6 \cdot 10^9 \text{ m} \quad 24\text{h} \rightarrow 360^\circ \quad 1\text{s} \rightarrow 0,25' \quad 1' = 0,00029 \text{ rad}$$

$$\alpha = t_{\max} \cdot 0,25 \cdot 0,00029 \cdot \cos \delta \quad \text{avec } \delta = 21^\circ \text{ et } t_{\max} = 31,75\text{s}$$

$$= 31,75 \cdot 0,25 \cdot 0,00029 \cdot 0,9336 = 0,002149 \text{ rad}$$

$$a = d_{TJ} \cdot \alpha = 5,844 \cdot 149,6 \cdot 10^9 \cdot 0,002149 = 1,879 \cdot 10^9 \text{ m}$$

Tableau des mesures

| date (heure locale) | t en secondes | moyenne | dTJ(UA) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---|---------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|-----------|---|-----------|----------|-------|--|-------|--|--|----------|-----------|----------|-------|
| 01-10-83 19h20  IV III | <table> <tr><td>III</td><td>IV</td></tr> <tr><td>18,32</td><td>24,41</td></tr> <tr><td>17,87</td><td>24,54</td></tr> <tr><td>18,10</td><td>24,60</td></tr> <tr><td>17,85</td><td>24,82</td></tr> <tr><td>17,91</td><td>24,91</td></tr> <tr><td>18,18</td><td>24,94</td></tr> </table> | III | IV | 18,32 | 24,41 | 17,87 | 24,54 | 18,10 | 24,60 | 17,85 | 24,82 | 17,91 | 24,91 | 18,18 | 24,94 | <table> <tr><td>III:18,03</td></tr> <tr><td>IV:24,70</td></tr> </table> | III:18,03 | IV:24,70 | 5,756 | | | | | | | | |
| III | IV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18,32 | 24,41 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17,87 | 24,54 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18,10 | 24,60 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17,85 | 24,82 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17,91 | 24,91 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18,18 | 24,94 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| III:18,03 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| IV:24,70 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 02-10-83 19h10  IV II III | <table> <tr><td>II</td><td>III</td><td>IV</td></tr> <tr><td>9,87</td><td>9,19</td><td>15,19</td></tr> <tr><td>9,94</td><td>9,54</td><td>15,03</td></tr> <tr><td>10,03</td><td>9,25</td><td>15,57</td></tr> <tr><td>9,63</td><td>9,12</td><td>15,48</td></tr> <tr><td>9,68</td><td>9,35</td><td>15,35</td></tr> <tr><td></td><td>9,54</td><td></td></tr> </table> | II | III | IV | 9,87 | 9,19 | 15,19 | 9,94 | 9,54 | 15,03 | 10,03 | 9,25 | 15,57 | 9,63 | 9,12 | 15,48 | 9,68 | 9,35 | 15,35 | | 9,54 | | <table> <tr><td>II: 9,83</td></tr> <tr><td>III: 9,33</td></tr> <tr><td>IV:15,32</td></tr> </table> | II: 9,83 | III: 9,33 | IV:15,32 | 5,768 |
| II | III | IV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9,87 | 9,19 | 15,19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9,94 | 9,54 | 15,03 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10,03 | 9,25 | 15,57 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9,63 | 9,12 | 15,48 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9,68 | 9,35 | 15,35 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 9,54 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| II: 9,83 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| III: 9,33 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| IV:15,32 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 05-10-83 19h07  III II IV | <table> <tr><td>II</td><td>III</td><td>IV</td></tr> <tr><td>2,32</td><td>15,91</td><td>18,73</td></tr> <tr><td>2,91</td><td>16,06</td><td>18,56</td></tr> <tr><td>2,60</td><td>15,88</td><td>18,43</td></tr> <tr><td>2,22</td><td>15,82</td><td>18,62</td></tr> <tr><td>2,48</td><td>15,54</td><td>18,51</td></tr> <tr><td></td><td>15,94</td><td></td></tr> </table> | II | III | IV | 2,32 | 15,91 | 18,73 | 2,91 | 16,06 | 18,56 | 2,60 | 15,88 | 18,43 | 2,22 | 15,82 | 18,62 | 2,48 | 15,54 | 18,51 | | 15,94 | | <table> <tr><td>II: 2,51</td></tr> <tr><td>III:15,86</td></tr> <tr><td>IV:18,57</td></tr> </table> | II: 2,51 | III:15,86 | IV:18,57 | 5,807 |
| II | III | IV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2,32 | 15,91 | 18,73 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2,91 | 16,06 | 18,56 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2,60 | 15,88 | 18,43 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2,22 | 15,82 | 18,62 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2,48 | 15,54 | 18,51 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 15,94 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| II: 2,51 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| III:15,86 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| IV:18,57 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 06-10-83 17h32  II IV | <table> <tr><td>II</td><td>IV</td></tr> <tr><td>10,32</td><td>25,71</td></tr> <tr><td>10,19</td><td>26,30</td></tr> <tr><td>10,03</td><td>26,51</td></tr> <tr><td>10,12</td><td>26,48</td></tr> <tr><td>10,00</td><td>26,35</td></tr> <tr><td>10,48</td><td></td></tr> </table> | II | IV | 10,32 | 25,71 | 10,19 | 26,30 | 10,03 | 26,51 | 10,12 | 26,48 | 10,00 | 26,35 | 10,48 | | <table> <tr><td>II:10,19</td></tr> <tr><td>IV:26,27</td></tr> </table> | II:10,19 | IV:26,27 | 5,819 | | | | | | | | |
| II | IV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10,32 | 25,71 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10,19 | 26,30 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10,03 | 26,51 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10,12 | 26,48 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10,00 | 26,35 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10,48 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| II:10,19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| IV:26,27 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 08-10-83 19h10  III IV | <table> <tr><td>III</td><td>IV</td></tr> <tr><td>18,48</td><td>31,70</td></tr> <tr><td>19,00</td><td>31,76</td></tr> <tr><td>18,91</td><td>32,00</td></tr> <tr><td>19,38</td><td>31,38</td></tr> <tr><td>18,73</td><td>32,06</td></tr> <tr><td>18,79</td><td>31,64</td></tr> </table> | III | IV | 18,48 | 31,70 | 19,00 | 31,76 | 18,91 | 32,00 | 19,38 | 31,38 | 18,73 | 32,06 | 18,79 | 31,64 | <table> <tr><td>III:18,87</td></tr> <tr><td>IV:31,75</td></tr> </table> | III:18,87 | IV:31,75 | 5,844 | | | | | | | | |
| III | IV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18,48 | 31,70 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19,00 | 31,76 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18,91 | 32,00 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19,38 | 31,38 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18,73 | 32,06 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18,79 | 31,64 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| III:18,87 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| IV:31,75 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 09-10-83 19h02  II III IV | <table> <tr><td>III</td><td>IV</td></tr> <tr><td>12,42</td><td>28,73</td></tr> <tr><td>11,78</td><td>28,18</td></tr> <tr><td>12,05</td><td>28,47</td></tr> <tr><td>11,92</td><td>28,69</td></tr> <tr><td>11,90</td><td>27,96</td></tr> </table> | III | IV | 12,42 | 28,73 | 11,78 | 28,18 | 12,05 | 28,47 | 11,92 | 28,69 | 11,90 | 27,96 | <table> <tr><td>III:12,01</td></tr> <tr><td>IV:28,41</td></tr> </table> | III:12,01 | IV:28,41 | 5,856 | | | | | | | | | | |
| III | IV | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12,42 | 28,73 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11,78 | 28,18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12,05 | 28,47 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11,92 | 28,69 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11,90 | 27,96 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| III:12,01 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| IV:28,41 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

