

Johannes KEPLER (1571 - 1630)

3. L'harmonie du monde

C'est la nécessité de ne pas envahir les Cahiers avec notre feuilletton historique qui l'a fait découper en trois épisodes. Il se trouve pourtant que ce récit sur l'oeuvre de Kepler n'en souffre pas trop : il y a bien dans sa vie l'avant Tycho au début et, à la fin l'après 1609. Nous y voilà : l'Astronomie nouvelle a paru, Kepler poursuit sa vieille idée de l'harmonie céleste qu'illustrait la construction des orbes et des polyèdres platoniciens. Il conçoit l'idée d'un ouvrage qui au lieu d'être la présentation de ses découvertes dans leur hasardeuse gestation aura les qualités solides d'un traité. Ce sera l'Epitome Astronomiae Copernicae qui ne parut qu'en 1620 et 1621 et qui expose le plus complètement ses conceptions astronomiques. Mais, entre temps, il y aura une autre grande découverte et un remarquable échange de lettres avec Galilée.

Le messenger céleste

===== Galilée publie Le Messenger Céleste en mars 1610. Il en adresse un exemplaire à Kepler qui le reçoit le 8 avril. Celui-ci répond par une longue lettre, le 19 avril, lettre qui, pour notre chance, a fait l'objet d'une magnifique édition critique (en anglais) par Edward Rosen: "Kepler's Conversation with Galileo's Sidereal Messenger" (Johnson Reprint Corporation, 164Pages). Le texte de Kepler représente trente pages ; les commentaires et les notes éclairent ce document capital. Resumons-le.

Sur la lunette : lui, Kepler, avait pensé qu'on ne ferait jamais mieux à l'oeil nu que Tycho Brahé, observateur exceptionnel ; la lunette ouvre une ère nouvelle à l'exploration du ciel (notons que Kepler ne dit rien de l'utilisation de la lunette pour améliorer les mesures de position ; la lunette à oculaire divergent se prête mal à cet usage, même si deux auteurs Drake et Kowal, dans Pour la Science de février 61 parlent d'un pseudo-réticule que

Galilée aurait utilisé, ... et qu'il aurait ainsi découvert Neptune !). Sur la Lune, les planètes et les étoiles, sur la Voie Lactée, Kepler trouve dans le *Messenger Celeste* des raisons de plus de rejoindre Giordano Bruno dans l'idée que les étoiles sont des soleils lointains ; mais il maintient, à l'encontre de Bruno, que l'Univers n'est pas infini.

Ce qui retient le plus son attention, c'est le passage sur les astres médicés. Oui, ce sont des satellites de Jupiter. Et si des astres gravitent autour de Jupiter, la Terre et la Lune ne sont pas les **objets** les plus nobles de la création. Pour expliquer le mouvement des planètes, il s'en tient à son idée : le Soleil tourne sur lui-même et cette rotation entraîne le mouvement des planètes ; de même Jupiter tourne sur lui-même et entraîne le mouvement de ses satellites.

Enfin, Kepler maintient son idée des polyèdres réguliers, alors que la loi des orbites elliptiques n'est pas compatible avec celle des orbes sphériques (comment tracer une ellipse non circulaire sur une sphère ? Mais quand on a une idée a priori, on y tient !) L'orbe de la Terre occupe d'ailleurs une position remarquable, entre le dodécaèdre (douze faces) et l'icosaèdre (douze sommets) ; alors, la Terre n'est-elle pas l'objet le plus noble du système ? Les observations de Tycho révèlent, pour les orbes de Mars et de Vénus des écarts avec le schéma des polyèdres ; n'est-ce pas pour laisser place aux satellites de Mars et de Vénus quand on les aura découverts. Car si Jupiter a des satellites pourquoi Mars et Vénus n'en auraient-ils pas ?

Au contraire des textes théoriques de Kepler, cette lettre est d'une lecture facile et captivante. On y sent le frémissement du savant devant les travaux d'un de ses pairs. Les échanges entre Fermat et Pascal n'ont pas, me semble-t-il cette chaleur mais il y a quelque chose du même ordre dans les lettres entre Einstein et Elie Cartan.

L'harmonie du monde

===== Kepler a l'ambition de couvrir tous les domaines de la physique. Il consacre un ouvrage à l'optique : sa Dioptrice date de 1611. Sa vie se complique matériellement, l'empereur Rodolphe abdique, Kepler perd son

son emploi, il doit quitter Prague et s'installer d'abord à Linz (1612) puis à Ulm. Tout en travaillant à l'Epitome, il poursuit son idée sur l'harmonie du monde. A chaque planète il fait correspondre un ton déterminé par sa vitesse angulaire. Mais laissons lui la parole pour l'essentiel :

"A l'époque du Mysterium, je ne voyais pas clairement ma voie... Mais après que j'eus, par un travail incessant et qui m'occupa pendant une longue période de temps, et ce en utilisant des observations de Brahé, déterminé les vraies distances des orbites, enfin le rapport vrai des temps périodiques des orbites m'est apparu, et si vous me demandez le moment exact de cette découverte, le voilà : Je la conçus le 8 mars de cette année 1618, mais le calcul n'ayant pas été couronné de succès, j'ai de ce fait rejeté la solution comme fausse. Mais l'idée, retournant à mon esprit le 15 mai, par un nouvel assaut surmonta les ténèbres de ma raison, avec une telle plénitude et un tel accord entre mes dix-sept ans de travail sur les observations de Brahé et cette mienne présente étude, que tout d'abord je pensais que le rêvais et que j'assumais comme un principe admis ce qui était encore un sujet d'investigation. Mais le principe est incontestablement vrai et tout à fait exact : les temps périodiques de deux planètes quelconques sont entre eux en proportion exactement sesquialtère de leurs distances moyennes, c'est à dire de leurs orbes."

Quel beau texte ! (cité par Koyré, p.340) Kepler était persuadé qu'il existait une relation simple. Suivons le et proposons à nos élèves munis de leurs calculettes et des données (périodes P et distances moyennes a) pour les six planètes coperniciennes. Calculons d'abord les rapports P/a et P/a^2 ; le premier est croissant de Mercure à Saturne, le second décroissant. N'est-il pas légitime d'essayer P^2/a^3 ? Nous redécouvrons la troisième loi ; on comprend l'émotion de Kepler.

Kepler

===== Notre propos, dans ce feuillet, était d'expliquer sommairement la genèse des trois lois. Il serait évidemment injuste de limiter à celles-ci l'œuvre de Kepler. Son

optique a préparé celle de Descartes. Il a vérifié, en particulier, que la réfraction atmosphérique dépend de la position des astres par rapport à l'horizon, non de leur nature, étoile ou planète. En 1618, il observa une comète et reconnut sa nature celeste.

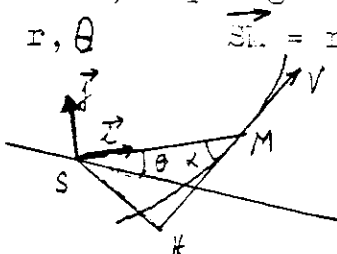
En 1627, alors que ce perpétuel vagabond était réfugié à Ulm, il publia les Tables Rudolphines ainsi nommées en hommage à son ancien protecteur. Il les dedica à la mémoire de John Napier, car l'utilisation des logarithmes avait grandement facilité sa tâche. Ces éphémérides, les premières calculées en tenant compte des trois lois, lui permettent d'annoncer dès 1629 que Mercure passera devant le Soleil le 7 novembre 1631 : l'observation sera faite par Gassendi mais Kepler est mort un an auparavant.

Je rapproche trois dates : 1596, le Mystère cosmographique et la naissance de Descartes, 1627 les Tables Rudolphines, 1630, mort de Kepler : dès son premier tiers, un grand siècle, ce XVII^{ème} !

Après Kepler

===== Pour nous qui connaissons un peu de calcul différentiel, nous pouvons retrouver les lois de Kepler à partir d'hypothèses simples. Nous supposons que l'action du Soleil est prédominante et que sont négligeables (en première approximation) les actions perturbatrices des autres planètes.

Nous considérons donc le problème des deux corps, le Soleil et Mars par exemple. Dans le plan de l'orbite de Mars, repérage à partir du Soleil en coordonnées polaires r, θ



$\vec{SM} = r \vec{i}$ ($\vec{i}$ vecteur unitaire). Dérivations par

rapport au temps :

Vitesse de M : $\vec{V} = r' \vec{i} + r \theta' \vec{j}$

accélération : $\vec{a} = (r'' - r \theta'^2) \vec{i} + (2r' \theta' + r \theta'') \vec{j}$

Les résultats s'ensuivent :

1°) L'accélération est centrale si et seulement si le mouvement obéit à la loi des aires ; $2r' \theta' + r \theta'' = 0$ signifie $r^2 \theta' = C$; de plus la vitesse angulaire est inversement proportionnelle au carré de la distance, ce que savait Kepler.

2°) Calcul de la distance de S à la tangente à l'orbite :

$SH = r \sin \alpha = C/T$; autrement dit, la norme de la vitesse de Mars sur son orbite est inversement proportionnelle à la distance du Soleil à la tangente à l'orbite. Kepler l'avait vérifié dans les cas particuliers des passages au périhélie et à l'aphélie.

3°) Sachant que l'orbite est une ellipse de foyer S, trouver la loi d'attraction : $\vec{M}\vec{F} = (r'' - r \theta'^2) \vec{i}$ avec $\theta' = C/r^2$ et $1/r = (1+e \cos \theta)/p$; soit $\vec{M}\vec{F} = - C^2/pr^2$, l'attraction (signe -) est inversement proportionnelle au carré de la distance du Soleil ; $C^2/p = k M_{\odot}$ constante héliocentrique de gravitation. Ça, c'est Newton qui l'a montré, pas Kepler.

4°) Calcul de la période P (ne pas confondre avec p paramètre de l'ellipse) $1/2 \int_0^P C dt = CP/2 = \pi a^2 \sqrt{1-e^2}$
On en déduit $a^3/P^2 = k M_{\odot}/4$ c'est la troisième loi ; d'où le calcul de la masse du Soleil $M_{\odot} = 2 \times 10^{30}$ kg

°°°

Au terme de cette étude schématique sur les lois de Kepler, je risquerai, en guise de conclusion, cette citation de Koestler : "L'importance objective de la Troisième Loi est d'avoir procure à Newton les plus précieux indices : elle recèle l'essence de la Loi de la Gravitation. Mais son importance subjective fut, pour Kepler, de servir ses chimères, et rien de plus." (Les Somnambules, chap IX)

Providentielles chimères...

K. Mizar

Rappel bibliographique

- Alexandre Koyré : La Révolution astronomique (éd Hermann 1961).
Gérard Simon : Kepler, astronome astrologue (éd Gallimard 1979).
Arthur Koestler : Les Somnambules (éd Calmann-Lévy, 1960).
Quatrième centenaire de la naissance de Kepler, recueil collectif édité par la Société Astronomique de France, 1973.
Kepler's Conversation with Galileo's Sidereal Messenger traduction en anglais et notes par Edward Rosen (éd Johnson Reprint Corporation, 1965).