

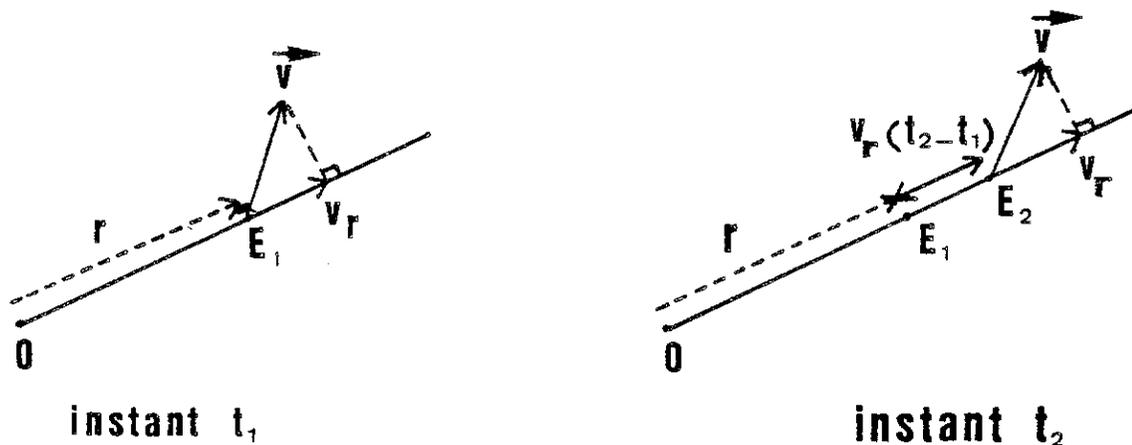
L'EFFET DOPPLER-FIZEAU EST-IL UN EFFET RELATIVISTE ?

Certains lecteurs ayant manifesté leur perplexité à propos de l'origine relativiste de l'effet Doppler-Fizeau invoquée dans un article du numéro 4 des Cahiers Clairaut sur le bleu du ciel (p.19), nous donnons ci-après la démonstration de la "formule Doppler-Fizeau". Cette démonstration montre en particulier que l'effet Doppler-Fizeau se manifeste simplement en mécanique classique.

L'effet Doppler-Fizeau affecte la durée qui sépare deux événements telle que la perçoit un observateur animé d'un mouvement relatif par rapport au système dans lequel se produisent ces événements. Il est provoqué par la valeur finie de la vitesse à laquelle se transmet à l'observateur l'information de chacun de ces deux événements. Le cas particulier le plus intéressant du point de vue pratique est le changement de fréquence subi par un processus périodique. Cet effet a été établi en 1842 par Doppler pour les ondes sonores et Fizeau proposa en 1848 d'utiliser le décalage des raies observées dans les spectres des étoiles pour en déduire les vitesses de ces étoiles relatives à l'observateur.

Expression de l'effet Doppler-Fizeau dans le cas non relativiste.

Un émetteur E, animé d'une vitesse \vec{V} dans un système lié à un observateur O, envoie des signaux se propageant à la vitesse c. Nous appellerons V_r la composante de la vitesse \vec{V} dans la direction OE. Nous considérons deux signaux particuliers émis respectivement à l'instant t_1 où la distance entre l'émetteur et l'observateur est $OE_1 = r$ et à l'instant t_2 où la distance OE_2 est égale à r plus la distance parcourue par E à la vitesse V_r pendant l'intervalle de temps



$$t_2 - t_1 \text{ soit: } OE_2 = r + V_r(t_2 - t_1)$$

Le premier signal parvient à l'observateur O à l'instant t'_1 égal à l'instant d'émission t_1 plus la durée mise par le signal pour atteindre l'observateur, c'est-à-dire pour parcourir $OE_1 = r$, en se propageant à la vitesse c , soit:

$$t'_1 = t_1 + r/c$$

Le second signal parvient à l'observateur O à l'instant t'_2 égal à t_2 plus la durée mise par le signal pour atteindre l'observateur, c'est-à-dire pour parcourir la distance $OE_2 = r + V_r(t_2 - t_1)$ à la vitesse c (où V_r est comptée positivement dans le sens d'un éloignement)

soit:

$$t'_2 = t_2 + [r + V_r(t_2 - t_1)] / c$$

La durée $t'_2 - t'_1$ qui sépare les instants d'arrivée des deux signaux est donc égale à:

$$t'_2 - t'_1 = t_2 - t_1 + (V_r/c)(t_2 - t_1) = (1 + V_r/c)(t_2 - t_1)$$

Dans le cas particulier où la durée $t_2 - t_1$ est la période T d'une onde électromagnétique émise par E, c est la vitesse de propagation de cette onde, c'est-à-dire la vitesse de la lumière, et on peut en déduire que l'observateur perçoit cette onde avec une période T' différente de T : $T' = T(1 + V_r/c)$

En termes de longueur d'onde, $\lambda = cT$, l'observateur perçoit un rayonnement de longueur d'onde $\lambda' = \lambda(1 + V_r/c)$, soit décalé de la quantité $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ telle que

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = V_r/c$$

Si une source de lumière animée d'une vitesse V_r par rapport à l'observateur émet un rayonnement de longueur d'onde λ , ce rayonnement est perçu par l'observateur à la longueur d'onde λ' différente de λ telle que $\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = V_r/c$

Cet effet est lié à l'observateur, et non à la source; que la source soit au repos ou en mouvement, elle émet toujours la même longueur d'onde. Mais l'observateur perçoit une longueur d'onde différente, qui dépend du mouvement relatif.

Dans le cas où $V_r > 0$, c'est-à-dire où la source s'éloigne de l'observateur, le décalage $\Delta\lambda$ est positif, c'est-à-dire que la lumière est perçue à une longueur d'onde supérieure ^{à celle} à laquelle elle est émise: pour un rayonnement de longueur d'onde visible, cela corres-

pond à un décalage vers la partie rouge du spectre. Au contraire, si la source s'approche de l'observateur $\Delta\lambda$ est négatif, c'est-à-dire que la lumière est perçue à une longueur d'onde plus courte que celle à laquelle elle est émise: cela correspond pour un rayonnement de longueur d'onde visible à un décalage vers la partie bleue du spectre.

Par analogie avec le cas du domaine des longueurs d'onde visibles, domaine limité du côté des faibles valeurs par les longueurs d'onde bleues et du côté des grandes valeurs par les longueurs d'onde rouges, on utilise improprement dans les autres domaines de longueur d'onde le terme de "décalage vers le rouge" (ou, en anglais "redshift") pour désigner un décalage vers les grandes longueurs d'onde, c'est-à-dire un décalage spectral provoqué par un éloignement de l'émetteur par rapport à l'observateur. On utilise de même le terme de "décalage spectral vers le bleu" pour désigner un décalage spectral vers les faibles longueurs d'onde, c'est-à-dire un mouvement d'approche de l'émetteur vers l'observateur.

Par exemple, dans le domaine des ondes radioélectriques dont les longueurs d'onde vont de l'ordre de quelques mm à 30 m, il est inexact de parler de "décalage spectral vers le rouge" pour qualifier une augmentation de la longueur d'onde, puisque les longueurs d'onde correspondant à la couleur rouge sont de l'ordre de 0,7 à 0,8 μm et donc beaucoup plus courtes que celles des ondes radio.

Expression de l'effet Doppler-Fizeau dans le cas relativiste.

Si la vitesse \vec{V} dont est animé l'émetteur par rapport à l'observateur n'est pas négligeable devant la vitesse c de la lumière, le raisonnement effectué dans le paragraphe précédent tombe en défaut parce que la notion de durée a besoin d'être précisée. L'arrivée de chacun des deux signaux à l'observateur constituent deux événements séparés par une durée qui peut être évaluée soit dans le système de l'émetteur soit dans le système de l'observateur. Comme ces deux événements sont coïncidents dans le système de l'observateur, la durée qui les sépare est une durée propre dans le système de l'observateur; par contre cette durée est une durée impropre dans le système de l'émetteur. Ces deux durées sont reliées l'une à l'autre par la relation fondamentale de la relativité restreinte:

$$\frac{\text{durée propre}}{\text{durée impropre}} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

La durée $t'_2 - t'_1 = (1 + v_r/c) (t_2 - t_1)$ que nous avons évaluée précédemment est celle qui sépare les instants d'arrivée des deux signaux dans le système de références de l'émetteur. La durée propre correspondante (ou durée mesurée dans le système de l'observateur) est donc égale à $(1 + v_r/c) (t_2 - t_1) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$

Il en résulte que la période T' de l'onde électromagnétique perçue par l'observateur est:

$$T' = T (1 + v_r/c) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

et que ce rayonnement est perçue à la longueur d'onde λ' telle que:

$$\lambda' / \lambda = (1 + v_r/c) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Dans le cas non relativiste où $v \ll c$ on peut remplacer $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ par les premiers termes de son développement en série en fonction de la variable v/c qui est petite devant l'unité:

$$\sqrt{1 - v^2/c^2} = 1 - v^2/2c^2 + \dots$$

En se limitant aux termes du premier ordre en v/c on retrouve bien l'expression: $\lambda' / \lambda = 1 + v_r/c$, établie précédemment.

Caractéristiques de l'effet Doppler-Fizeau.

Ce raisonnement nous a permis de comprendre que l'effet Doppler Fizeau se manifeste de façon appréciable même si la vitesse relative de la source par rapport à l'observateur est suffisamment faible devant celle de la lumière pour que les effets relativistes puissent être négligés. Dans le cas contraire, la formulation approchée

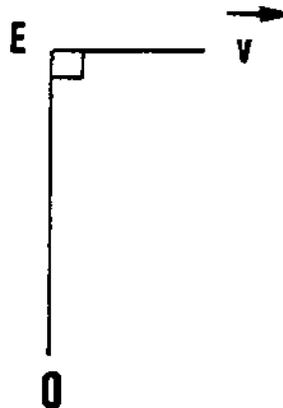
$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = v_r/c$ doit être remplacée par la formulation rigoureuse:

$$\lambda' / \lambda = (1 + v_r/c) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Dans le cas où la composante v_t de la vitesse v perpendiculaire à la ligne de visée OE est négligeable devant la vitesse c de la lumière (alors que v_r ne l'est pas) la relation prend la forme:

$$\lambda' / \lambda \simeq (1 + v_r/c) / \sqrt{1 - v_t^2/c^2} = \sqrt{\frac{1 + v_r/c}{1 - v_t^2/c^2}}$$

Dans le cas où v_t n'est pas négligeable devant c , il existe un effet Doppler-Fizeau transverse: si une source E qui est animée par rapport à l'observateur O d'une vitesse \vec{v} non négligeable devant c , perpendiculaire à OE , émet un rayonnement de longueur d'onde λ , l'observateur O perçoit ce rayonnement à la longueur d'onde λ' telle



que $\lambda' / \lambda = 1 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$

Cet effet n'est perceptible que dans le cas relativiste.

On peut donc souligner en particulier que :

- 1- L'effet Doppler-Fizeau qui résulte d'une vitesse radiale se manifeste en mécanique classique et n'est pas un effet de nature relativiste.
- 2- L'effet Doppler-Fizeau transverse, qui résulte d'une vitesse tangentielle est un effet de nature purement relativiste.

Applications astronomiques de l'effet Doppler-Fizeau.

Parce que les astres sont animés de vitesses les uns par rapport aux autres, l'effet Doppler-Fizeau joue un rôle considérable en astronomie. Comme la plupart des astres sont situés à des distances considérables de nous, il n'est généralement pas possible de mettre en évidence leurs déplacements apparents et de déterminer la composante tangentielle de leur vitesse: la seule composante accessible est alors la composante radiale grâce à l'effet Doppler-Fizeau qu'elle provoque dans leur spectre.

Nous reviendrons dans des numéros ultérieurs sur des exemples de mouvements mis en évidence par l'effet Doppler-Fizeau. Le lecteur pourra se reporter au chapitre sur "Les mouvements dans l'Univers" écrit par L. Bottinelli et M. Gerbaldi dans le compte-rendu de l'Ecole d'Eté de Digne.

L. Gouguenheim