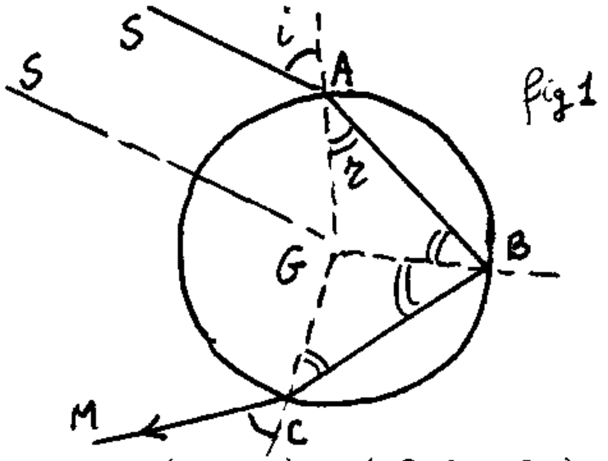
L'arc-en-ciel

> "L'arc-en-ciel est une merveille de la Nature si remarquable, et sa cause a été de tout temps si curieusement recherchée par les bons esprits, et si peu connue, que je ne saurais choisir de matière plus propre à faire voir comment, par la méthode dont je me sers, on peut venir à des connaissances que ceux dont nous avons les écrits n'ont point eues."
>
> Descartes [Les Météores, discours huitième]

L'interprétation du phénomène de l'arc-en-ciel a été donnée par Agnès Acker dans le n°1 des Cahiers Clairaut. La présente note a pour but de revenir sur les calculs élémentaires qui permettent d'expliquer le phénomène.

1. Etude de la marche de la lumière dans une goutte d'eau sous un faisceau de lumière parallèle. La goutte d'eau est supposée sphérique (fig 1) ; un rayon lumineux, après une réfraction en A, une réflexion en B et une réfraction en C, sort de la goutte en ayant subi une déviation D somme des trois déviations comptées sur la figure dans le sens direct :



$D = (i - r) + (180° - 2r) + (i - r) = 2i + 180 - 4r$

où r est liée à i par $\sin i = n \sin r$

La direction du Soleil étant supposée fixe, D est fonction de i, cet angle variant selon la position du point d'entrée A sur la goutte. Voici une table de valeurs de cette fonction $i \longrightarrow D$ pour $n = 1{,}333$:

i	0	20	40	50	55	56	57	58	59	60	61	62
r	0	14,9	28,8	35,1	37,9	38,4	38,9	39,5	40,0	40,5	41,0	41,5
D	180	160,4	144,8	139,6	138,3	138,2	138,0	137,9	137,9	137,9	137,9	138,1

Le mimimum apparaît, 138° environ au voisinage duquel il y a accumulation de valeurs de i. Autrement dit il y a accumulation de rayons de lumière subissant la déviation de 138°.

2. De façon plus théorique (?), on retrouve cet angle en dérivant la fonction $i \longrightarrow D$ par rapport à i

$\frac{dD}{di} = 2 - 4 \frac{dr}{di}$; le minimum a lieu pour $\frac{dr}{di} = 1/2$; en dérivant $\sin i = n \sin r$, $\cos i = n \cos r \frac{dr}{di}$ il n'y a plus qu'à résoudre $2 \cos i = n \cos r$ soit

$$\sin^2 i = \frac{4 - n^2}{3}$$

Avec n_1=1,332 indice de l'eau pour le rouge, la formule donne i_1=59°,47 soit D_1=137°,78 ; avec n_2=1,434 indice de l'eau pour le bleu, on a i_2=53°,60 et D_2=150°,6

3. Observation. Prenons D=138°. Pour chaque goutte d'eau G, les rayons lumineux ayant subi le chemin ABC se trouvent dans un cône de révolution d'axe SG et de demi angle au sommet égal à 180-138=42° avec accumulation de rayons de lumière sur le bord, la surface du cône. Pour l'observateur placé en M(fig 2)

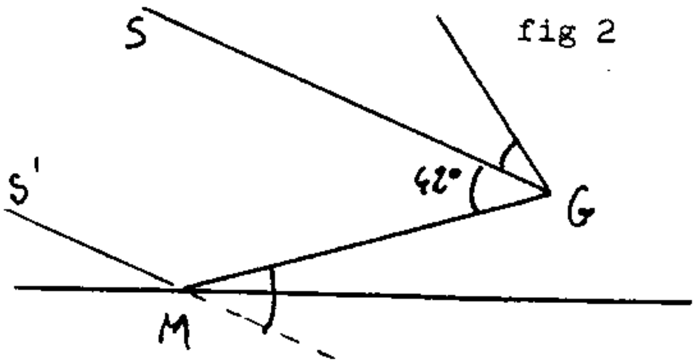


fig 2

il observera ces rayons rouges sur toutes les grouttes G situées sur un cône de révolution d'axe MS' de demi angle d'ouverture 42° ; il verra un arc-en-ciel rouge.

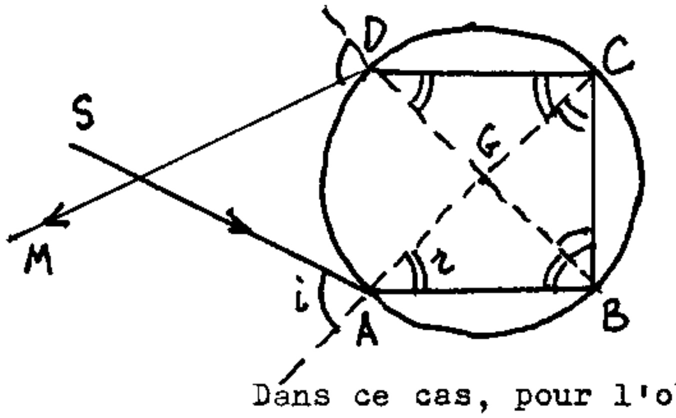
Pour le bleu, longueur d'onde plus petite, i est plus petit, D est plus grand, son supplément est plus petit Les gouttes actives en bleu sont à l'intérieur du cône rouge , l'arc bleu est à l'intérieur de l'arc rouge.

Remarques : Evidemment, on ne voit que la partie de l'arc qui est au-dessus de l'horizon. Pour l'observateur M au sol en plaine, il verra au maximum un demi cercle, au soleil couchant (ou levant). En tournant le dos au Soleil et face à une averse. Quand la hauteur du Soleil est supérieure à 42°, aucun arc-en-ciel n'est observable.

Chaque observateur voit son propre arc-en-ciel qui l'accompagne dans son déplacement.

La théorie suppose que les gouttes sont sphériques. Le bon accord expérimental tend donc à prouver qu'il en est bien ainsi. D'ailleurs, y a-t-il arc-en-ciel lorsque les gouttes sont très grosses ?

4. <u>Un arc-en-ciel du deuxième ordre</u> correspond aux rayons qui suivent le chemin ABCD dans la goutte G soit deux réflexions



(fig 3). La déviation est alors

$$D = 2i + 360 - 6r$$

Des calculs semblables aux précédents donnent le minimum pour

$$\sin^2 i = \frac{9-n^2}{8}$$

soit pour le rouge $i_1 = 71{,}87°$ $D_1 = 230{,}6°$ et pour le bleu $i_2 = 68{,}69°$ $D_2 = 245°57$

Dans ce cas, pour l'observateur M, le cône d'axe SM portant accumulation de lumière a pour demi angle d'ouverture 231-180 = 51° pour le rouge, l'accumulation de lumière se faisant alors à l'extérieur du cône (et pour le bleu, 245-180 = 65°).

L'arc-en-ciel du deuxième ordre est donc extérieur au premier, l'ordre des couleurs étant inversé, le bleu à l'extérieur. L'intensité de cet arc est évidemment plus faible que celle du premier (un arc du 3 ème ordre est théoriquement possible mais non observable). Remarque : du fait de l'inversion des ordres de dispersion, entre les deux arcs rouges il n'y a rien, contraste qui peut faciliter l'observation.

Daniel Bernard
(Lycée Janson de Sailly)

<u>Eléments de bibliographie</u>

André DANJON, "Quelques phénomènes d'optique atmosphérique" (<u>L'Astronomie</u>, septembre 1954)

Agnès ACKER, <u>Initiation à l'astronomie</u> (éd Masson 1978, p4)

"Le Phénomène de l'arcèen-ciel" (<u>Cahiers Clairaut</u> n°1)

F.PRETRE, "l'arc en ciel", <u>Bulletin de l'Union des Physiciens</u>, nº 560, p 359 (décembre 1973)